5.3 O CICLO DO MOMENTO ANGULAR

MATERIAL DE APOIO :

Fórmulas para a obtenção do tranportes do momento angular, mapas sinóticos e base de dados.

Trabalho a ser desenvolvido com o suporte do material das aulas teóricas.

Obtenção e análise :

A.- transporte meridional de momento
B.- transporte vertical de momento
C.- cambio de momentgo angular entre a atmosfera e a superfície adjacente

1. MOMENTUM ANGULAR

Seguindo a notação de Peixoto/OOrt (revisão geral):

$$M = M = M_\Omega + M_r = (\Omega R \cos\phi + u) R \cos\phi$$

onde ,

$M_\Omega = \Omega R^2 \cos^2\phi$ representa o momento angular Ω e
$M_r = u R \cos\phi$ o momento angular relativo para a componente zonal do vento (u) e

$\Omega \sim 7{,}29\ 10^{-5}\ rad\ s^{-1}$
$\Omega R \sim 464\ m\ s^{-1}$
$R \sim 6{,}371\ 10^{6}\ m$

Latitudes Médias $M_\Omega >> M_r$:

velocidade angular rotação → $\Omega R \cos\varphi \sim 250\ m\ s^{-1}$
correntes de jato (~ 200 hPa) máximo → $[\bar{u}] \sim 35\ m\ s^{-1}$

Se nenhuma outra força atuar sobre uma parcela :

- movendo em direção polar → adquire uma componente zonal de oeste (positivo), pela ação da força de Coriolis, para compensar o decrescimo da distância ao eixo de rotação (ou seja do raio de rotação).

- movendo em direção ao equador → adquire uma componente de leste (negativo) para compensar o aumento da distância ao eixo de rotação).

2. O CICLO DO MOMENTO ANGULAR

- Notações

$X = [\bar{X}] + \overline{X^*} + [X]' + X'^*$

$\bar{X}$ - média no tempo ; X' - desvio
$[X]$ - média zonal ; X^* - desvio

- Balanço do momento angular por unidade de volume

Equação do balanço

$$\rho \frac{dM}{dt} = \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{R\cos\phi\,\partial\lambda} + v\frac{\partial}{R\,\partial\phi} + w\frac{\partial}{\partial z} \right) M = -\frac{\partial p}{\partial \lambda} + \rho F_\lambda\, R\cos\phi \qquad (1)$$

onde $F_\lambda = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}$; $\tau_{zx} = K_M\, \rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$; K_M ~ coeficiente de difusão dos turbilhões

$K_M = l^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right|$; $l = k\,z$ ~ comprimento de mistura ; k ~ 0,4 (constante de von Kárman)

ou, representando por c o vetor velocidade tri-dimensional:

$$\frac{\partial \rho M}{\partial t} = -\,div\,(\rho\, M\, c) - \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \rho F_\lambda\, R\cos\phi \qquad (2)$$

onde o termo da divergencia representa o transporte de momento angular pelos contrornos de um volume quando integrado sobre um certo volume

- Formas de Tranporte do momento

Na equação (2) o termo dependente do tempo é , em geral, não nulo mas muda frequantemente de sinal de tal forma que na média para um longo período de tempo tende a desaparecer (comparado com outros termos). Expandindo (2) em médias em tempo e respectivos desvios; desprezando as componentes horizontais do torque friccional por serem pequenos comparados com àqueles associados com os dos movimentos horizontais de grande escala; e na camada superficial são pquenos comparados com a componente vertical do torque friccional:

MÉDIA TEMPORAL

$$\frac{\partial \overline{\rho M}}{\partial t} = -\,div\,(\overline{\rho c}\;\overline{M}\;) - div\,\overline{M'(\rho c)'} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial \lambda} + \frac{\partial \overline{\tau_{zx}}}{\partial z} R\cos\phi \qquad (3)$$

Essa expressão pode, ainda, ser escrita no sistema (λ, ϕ, p, t)

$$\frac{\partial \overline{M}}{\partial t} = -\frac{1}{R\cos\phi}\left(\frac{\partial \overline{\mathfrak{I}_\lambda}}{\partial \lambda} + \frac{\partial \overline{\mathfrak{I}_\phi}\cos\phi}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial \overline{\mathfrak{I}_p}}{\partial \lambda} - g\,\frac{\partial \overline{z}}{\partial \lambda} - R\cos\phi\,\frac{\partial \overline{\tau_{p\lambda}}}{\partial p} \qquad (4)$$

onde as densidades de fluxo representam :

$$\overline{\mathfrak{I}_\lambda} = R^2\cos^2\phi\ \Omega\,\overline{u} + R\cos\,(\,\overline{u}\ \ \overline{u} + \overline{u'\,u'}\,) = \overline{\mathfrak{I}_{\Omega\lambda}} + \overline{\mathfrak{I}_{r\lambda}} \qquad (5)$$

$$\overline{\mathfrak{I}_\phi} = R^2\cos^2\phi\ \Omega\,\overline{v} + R\cos\,(\,\overline{u}\ \ \overline{v} + \overline{u'\,v'}\,) = \overline{\mathfrak{I}_{\Omega\phi}} + \overline{\mathfrak{I}_{r\phi}} \qquad (6)$$

$$\overline{\mathfrak{I}_p} = R^2\cos^2\phi\ \Omega\,\overline{\omega} + R\cos\phi\ \ (\,\overline{u}\ \ \overline{\omega} + \overline{u'\,\omega'}\,) = \overline{\mathfrak{I}_{\Omega p}} + \overline{\mathfrak{I}_{r p}} \qquad (7)$$

MÉDIA ZONAL

A média zonal de (4) é dada por :

$$\frac{\partial[\overline{M}]}{\partial t} = -\frac{1}{R\cos\phi}\ \frac{\partial[\overline{\mathfrak{I}_\phi}]\cos\phi}{\partial \phi} - \frac{\partial[\overline{\mathfrak{I}_p}]}{\partial p} - g\left[\frac{\partial \overline{z}}{\partial \lambda}\right] - R\cos\phi\left[\frac{\partial \overline{\tau_{p\lambda}}}{\partial p}\right] \qquad (8)$$

os termos de fluxo podem ser explicitamente escritos como :

$$[\overline{\mathfrak{I}_\phi}] = \underbrace{R^2\cos^2\phi\ \Omega[\,\overline{v}\,]}_{\text{---------}} + R\cos\phi\,\underbrace{[\,\overline{u}\,][\,\overline{v}\,] + [\,\overline{u}^*\,][\,\overline{v}^*\,] + [\,\overline{u}'\,][\,\overline{v}'\,]}_{\text{=========}} = [\overline{\mathfrak{I}_{\Omega\phi}}] + [\overline{\mathfrak{I}_{r\phi}}] \qquad (9)$$

$$[\overline{\mathfrak{I}_p}] = \underbrace{R^2\cos^2\phi\ \Omega[\,\overline{\omega}\,]}_{\text{---------}} + R\cos\phi\,\underbrace{\underbrace{[\,\overline{u}\,][\,\overline{\omega}\,]}_{\text{***********}} + \underbrace{[\,\overline{u}^*\,][\,\overline{\omega}^*\,]}_{\text{-.-.-.-.-.-.-.}} + \underbrace{[\,\overline{u}'\,][\,\overline{\omega}'\,]}_{\text{########}}}_{\text{=========}} = [\overline{\mathfrak{I}_{\Omega p}}] + [\overline{\mathfrak{I}_{r p}}] \qquad (10)$$

------ : Transporte de momento pela circulação média meridional (têrmo com Ω)
→ transporte meridional (9)
→ transporte vertical (10)

====: Transporte de momento meridional relativo são feitos pelos três modos de intercambio que resultam da expansão de $[\overline{uv}]$ (eq. 9) e $[\overline{u\omega}]$ (eq. 10)

*****: efeito do movimeto meridional médio no transporte do momento angular relativo;

-.-.-.-.: transporte pelos turbilhões estacionários;
#####: tranpsorte pelos turbilhões transientes.

TRANSPORTE MERIDIONAL

Empregar a formulação (9)

TRANSPORTE VERTICAL

A Equação (8) pode ser re-escrita na forma :

$$\frac{\partial[\overline{M}]}{\partial t}=-\frac{1}{R\cos\phi}\frac{\partial[\overline{\Im_\phi}]\cos\phi}{\partial\phi}-\frac{\partial[\overline{\Im_p}]}{\partial p}-R\cos\phi[\frac{\partial\overline{\tau^*{}_{p\lambda}}}{\partial p}] \qquad (11)$$

onde a força friccional resultante, introduzida para simplificar e incluie as forças devida às montanhas, é dada por :

$$\frac{\partial\overline{\tau^*{}_{p\lambda}}}{\partial p}=-\frac{g}{R\cos\phi}\frac{\partial\overline{z}}{\partial\lambda}+\frac{\partial\overline{\tau_{p\lambda}}}{\partial p} \qquad (12)$$

Considerando médias para longos períodos de tempo → $\frac{\partial[\overline{M}]}{\partial t}\sim 0$ e nessas condições, definindo a função e corrente ψ_M (Starr et al, 1970) :

$$2\pi R\cos\phi[\overline{\Im_\phi}]=-\frac{\partial\psi_M}{\partial p} \qquad (13)$$

$$2\pi R\cos\phi\{[\overline{\Im_p}]+R\cos\phi[\overline{\tau^*{}_{p\lambda}}]=-\frac{\partial\psi_M}{R\partial\phi} \qquad (14)$$

A integração de (13) , considerando a função de corrente nula no topo (~ 25 hPa) até a superfície permite obter a sua distribuição. Assim, o transporte vertical (expressa no primeiro termo de 14) pode portanto ser obtido.

CAMBIO DE MOMENTO ANGULAR : ATMOSFERA E SUPERFÍCIE ADJACENTE

Na equação (2), $\frac{\partial\rho M}{\partial t}=-div(\rho M c)-\frac{\partial p}{\partial\lambda}+\rho F_\lambda R\cos\phi$, a distribuição horizontal dos torques estão associados com a soma da distribuição da divergencia horizontal do momento angular integrada verticalmente e o torque devido à pressão que, para considerações de longo tempo $\frac{\partial\overline{M}}{\partial t}\approx 0$. Assim,

$$\overline{\tau_0}R\cos\phi=\int_0^{p_0}div_2\left(\overline{u'v'}R\cos\phi\right)\frac{dp}{g}+\int_0^{p_0}div_2\left(\overline{uv}R\cos\phi\right)\frac{dp}{g}-\int_0^{p_0}f\,\overline{v}_{ag}R\cos\phi\frac{dp}{g} \qquad (15)$$

----

transientes (Fig. 11.10 – Peixoto/Oort)

onde :

$$\overline{v}_{ag} = \overline{v} - \frac{g}{f}\frac{\partial \overline{z}}{R\cos\phi\,\partial\lambda}$$

O último termo de (15) é dificil de ser medido pois representa o sensível balanço entre o vento e a altura geopotencial. Para se obter resultados razoáveis a componente ageostrófica do vento deve ser determinada com amostragens das mais completas possívei de v e de z independentes.