

# Desenvolvimento de ciclones e de anticiclones

$$\frac{\partial Q_0}{\partial t} = A_Q - \frac{g}{f} \nabla^2 A_{\Delta z} - \frac{R}{f} \nabla^2 S - \frac{R}{f} \nabla^2 H + C \cdot \nabla Q_0$$

**Sutcliff** e Petterssen (Petterssen, 1956,  
Cap. 16 Vol 1)

# De que vamos falar?

1. Introdução
2. Estrutura vertical de sistemas extratropicais
3. Equação de desenvolvimento de ciclones e anticiclones
  - Aplicação da equação de desenvolvimento
  - Efeitos diabáticos
  - Efeitos adiabáticos
  - Efeitos de advecção de espessura
  - Efeitos de advecção de vorticidade

# 4.1 - Introdução

- Para um determinado dia, as análises de superfície em latitudes medias de ambos os hemisférios são caracterizadas por uma serie de ciclones e anticiclones, alguns dos quais são intensos enquanto outros são relativamente fracos. **Uma sequencia de análises de superfície mostraria que alguns dos sistemas fracos se intensificam**, *enquanto outros ou matem sua intensidade anterior ou se enfraquecem*, Vamos ver tanto a dissipação quanto a intensificação.
- As condições necessárias, embora não suficientes, para a **intensificação** de **Ciclones** (anticiclones) de latitudes médias são:
  - A presença de uma zona **baroclínica** ou frontal
  - Aproximação de uma **cava** (crista) de ar **superior**.
    - Inicialmente será discutida a estrutura vertical dos sistemas de pressão e sua relação com o movimento vertical de modo constante com as considerações hidrostáticas feitas no capítulo 2

## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

- ✓ Os sistemas de **baixa (alta)** pressão se inclinam em direcção ao **ar frio (quente)** a medida que a altura aumenta.
  - ✓ Em breve será visto que esta inclinação é necessária para que haja intensificação; isto implica conversão de energia potencial para energia cinética
  - ✓ Outra consequência da baroclínica, é que os ventos de oeste aumentam em magnitude com o aumento da altura.
- ✓ Se observa que os sistemas sinópticos viajam a uma velocidade aproximadamente igual à do vento médio na troposfera ou cisalhamento vertical produzido nas regiões baroclínicas implica que o ar em baixos (altos) níveis se movimenta mais lentamente (rapidamente) do que os sistemas de pressão. Esta mudança de posição do ar em altos níveis relativa aos sistemas de pressão resulta em variações de vorticidade acompanhando-se o movimento do ar as quais, mediante a equação 2.23, desprezando termo “tilting” “declive”, implica a existência de divergência ou convergência  
Fig4.1

$$\frac{d}{dt} \xi + f = - \xi + f \nabla_p \cdot V \quad (4.1)$$

## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

LEMBRA

desprezando termo “tilting” “declive”,  
implica a existência de divergência ou convergência Fig 1

$$\frac{d}{dt} \xi + f = - \xi + f \nabla_p \cdot \mathbf{V} + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial p} \right)$$

Eq. De  
Vorticidade em  
coordenadas  
naturais

Vorticidade  
criada em  
virtude da  
convergência  
do campo de  
vento

As mudanças de Vorticidade  
devidas ao **movimento**  
**diferencial num campo de**  
**vento com cisalhamento**  
**vertical**  
( termo de inclinação)

## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

$$\frac{d}{dt} \xi + f = - \xi + f \nabla_p V$$

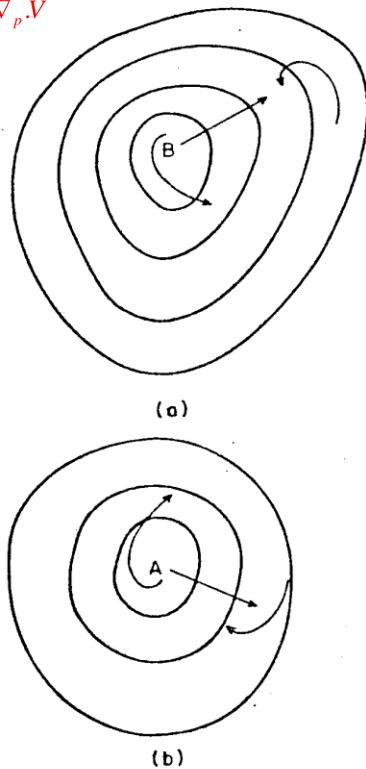
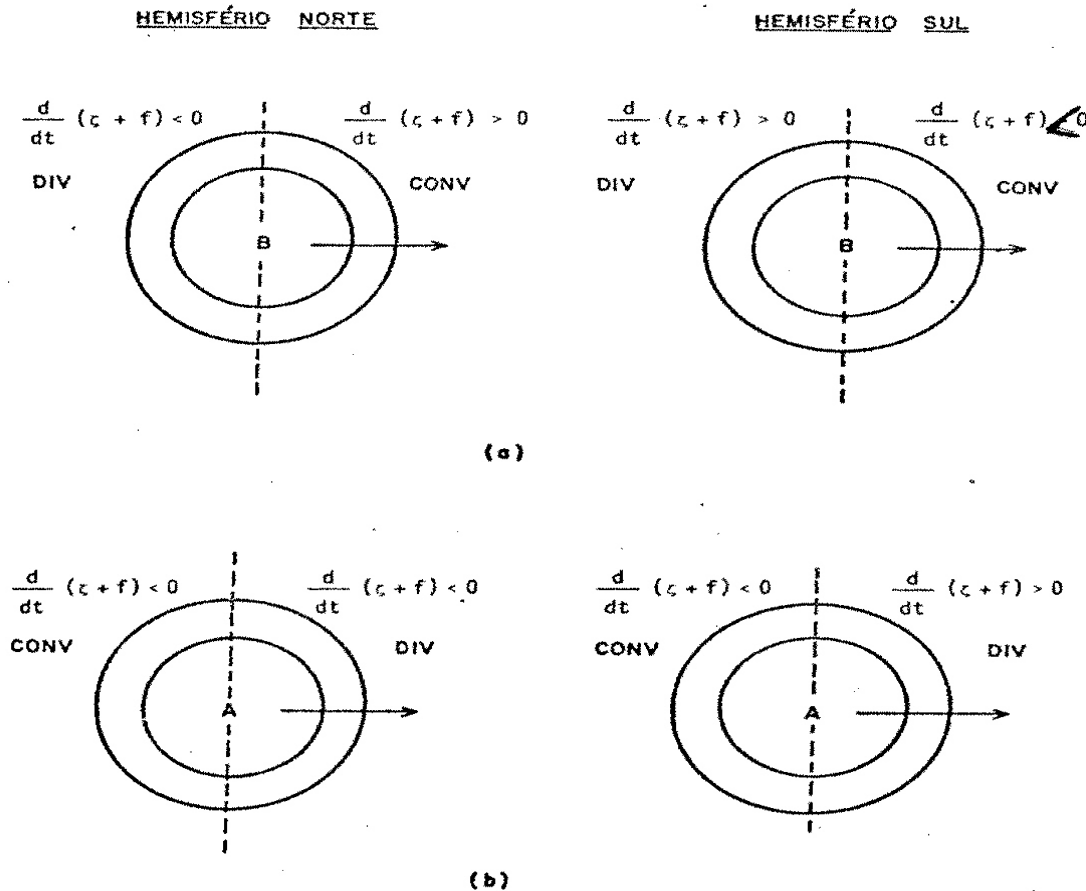


Fig. 4.1 – Diagrama esquemático que mostra as trajetórias do ar em baixos níveis, relativas ao movimento dos sistemas de pressão

(a) sistemas de baixas pressões;  
(b) S de altas pressões No HN

- Na **frente dos SBPS** (sistemas de baixa pressão á superfície) **o ar ganha vorticidade ciclónica**, da eq. 4.1, **implica convergência**.
- Na retaguarda do SBP à superfície, o ar ganha vorticidade anticiclónica (ou perde vorticidade ciclónica). Isto implica divergência.
- Similarmente, na vanguarda do SAP à superfície, o ar esta ganhando vorticidade anticiclónica e, portanto, é divergente,
- enquanto na retaguarda de um sistema de alta pressão o ar esta perdendo vorticidade anticiclónica e, assim sendo, o ar deve de ter convergência.
- Esta característica é verdadeira em ambos os hemisférios e é generalizada na Fig. 4.2

## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais



- Fig 4.2 – Diagrama ilustrativo das variações de vorticidade segundo o movimento do ar para níveis de troposfera superior (200-300 hPa) É indicada a convergência ou divergência necessária

## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

$$\frac{d}{dt} \xi + f = - \xi + f \nabla_p \cdot V \quad (4.1)$$

- Uma outra forma de chegar a tais conclusões envolve a expansão de derivada total na eq. 4.1 em função dos termos de variação local e de variação advectiva. Uma vez que: a variação advectiva depende da magnitude do vento e, a variação local depende do deslocamento do sistema,
- **se conclui que, em baixos níveis o termo de variação local domina o termo de variação advectiva.** Então, a eq. 4.1 pode ser escrita, num sentido qualitativo, como

$$\frac{\partial}{\partial t} \xi + f \ll - \xi + f \nabla_p \cdot V \quad (4.2)$$

Assim sendo:

$$\text{HN} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t} \xi + f \ll 0 \Rightarrow \text{divergência} \\ \frac{\partial}{\partial t} \xi + f \gg 0 \Rightarrow \text{convergência} \end{array} \right.$$



## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

taxa de deslocamento

<<<<

$$\frac{d}{dt} \xi + f = - \xi + f \nabla_p \cdot V$$

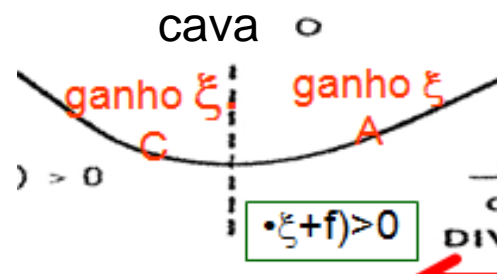
magnitude dos ventos



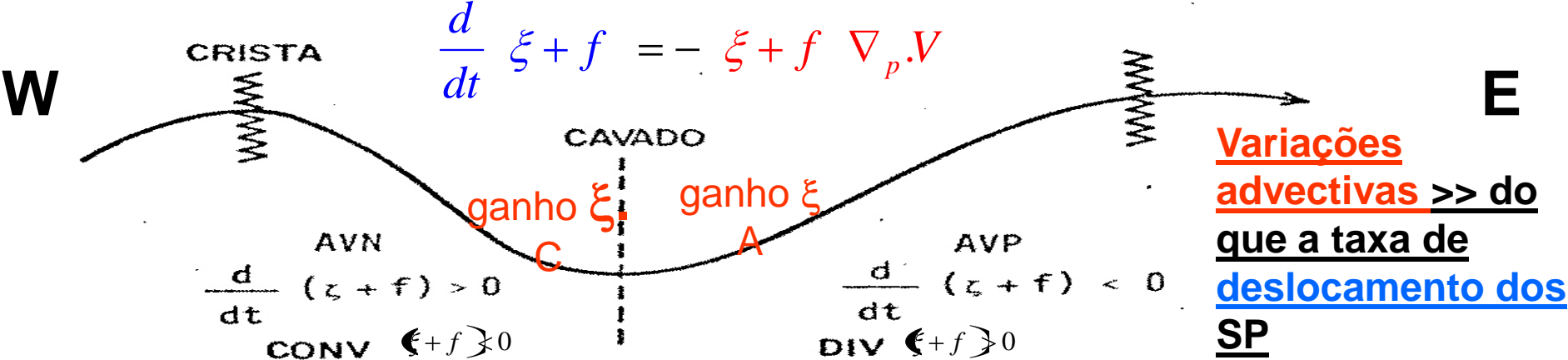
na frente das cavas que o ar está a ganhando vorticidade anticiclónica

- Se agora a eq.4.1 **for aplicada aos níveis troposféricos superiores**, onde a magnitude dos **ventos** é consideravelmente **maior** do que a **taxa de deslocamento** dos sistemas de **pressão**, se verifica **na frente das cavas que o ar está a ganhando vorticidade anticiclónica enquanto** atrás do cavado esta ganhando vorticidade ciclónica Fg 4.3

esta ganhando vorticidade ciclónica



ar está a ganhando vorticidade anticiclónica



ambos hemisférios existe em altos níveis divergência a leste das cavas e convergência ao leste das cristas

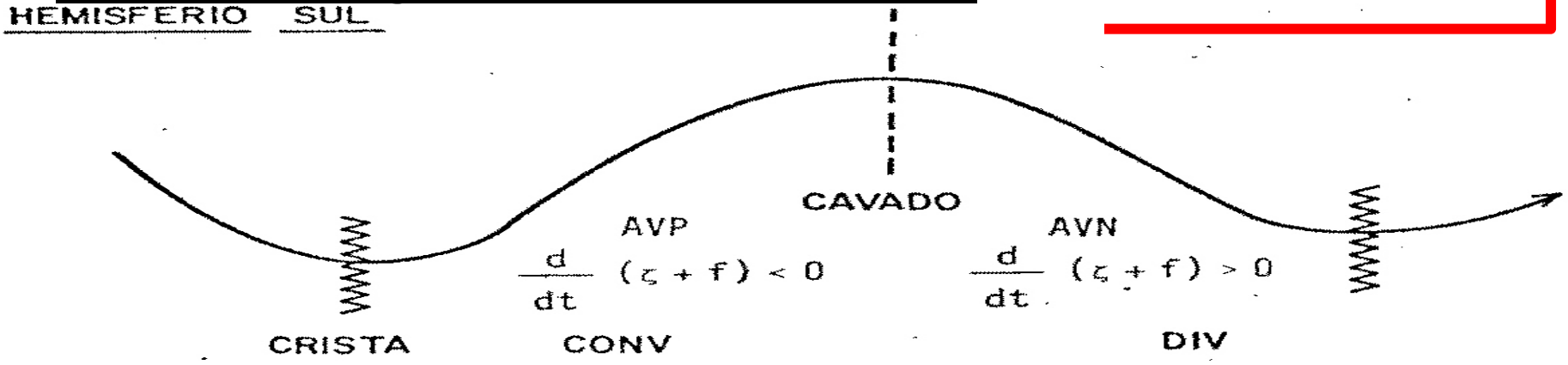


Fig. 4.3- Variações de vorticidade seguindo o movimento do ar para níveis de troposfera superior (200-300 hPa)

È indicada a convergência ou divergência, que acompanha as variações de vorticidade necessária, é indicada



## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

$$A_Q \alpha \xi + f \nabla_p \bullet V \quad (4.4)$$

- Para o HN,
- A advecção de vorticidade positiva (AVP) é encontrada a **leste (corrente a baixo) do eixo de uma cava**. Isto implica **divergência**, visto que  $(\xi+f)>0$
- **A advecção de vorticidade negativa (AVN)** é encontrada a leste (corrente a baixo) **do eixo de uma crista**; isto implica **convergência** nos níveis superiores nesta região
- No HS,
- A (AVP) é encontrada a leste (das cristas e a leste das cavas.
- Contudo, uma vez que no HS e que  $(\xi+f)<0$ , (AVP) implica convergência e AVN implica divergência

**•Se pode concluir que para os ambos hemisférios existe em altos níveis divergência a leste das cavas e convergência ao leste das cristas, conforme ilustra a Fig. 4.3**

## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

- Nos níveis troposféricos **médios (500-600hPa)** o termo de variação local,
- é aproximadamente igual ao termo de variação advectiva
- Nestes níveis há pouca divergência ou convergência e a eq. 4.1 pode ser aproximada por:

$$\frac{\partial (\xi + f)}{\partial t}$$

$$-V \cdot (\xi + f) = 0$$

$$\frac{d}{dt} (\xi + f) \approx 0 \quad (4.4)$$

•O nível para o qual a eq. 4.4 é válida se chama nível de **não divergência (NND)**. Em geral este nível é função do espaço e do tempo, só se pode admiti-lo **em 500 hPa** se for desde o ponto de vista qualitativo

## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

- Se consideramos uma secção transversal vertical Leste-Oeste Fig. 4.4 com **cavas e cristas inclinadas para Oeste em função da altura**, de modo consistente com as **condições hidrostáticas**.

Na frente de cavas se verifica **convergência em baixos níveis** e – **divergência em altos níveis**.

Na frente das cristas se verifica **divergência em baixos níveis** e **convergência em altos níveis**

- Aplicando a eq. de continuidade se pode utilizar a configuração de divergência/convergência ilustrada na Fig 4.5 para se **assegurar a direcção do movimentos vertical**

- A eq. 1.21 (  $\nabla_p \bullet V + \left( \frac{\partial \omega}{\partial p} \right) = 0$  ) Eq. de continuidade em coordenadas de P
- pode ser escrita da seguinte forma  $\left( \frac{\partial \omega}{\partial p} \right) = -\nabla_p \bullet V$  (4.5)

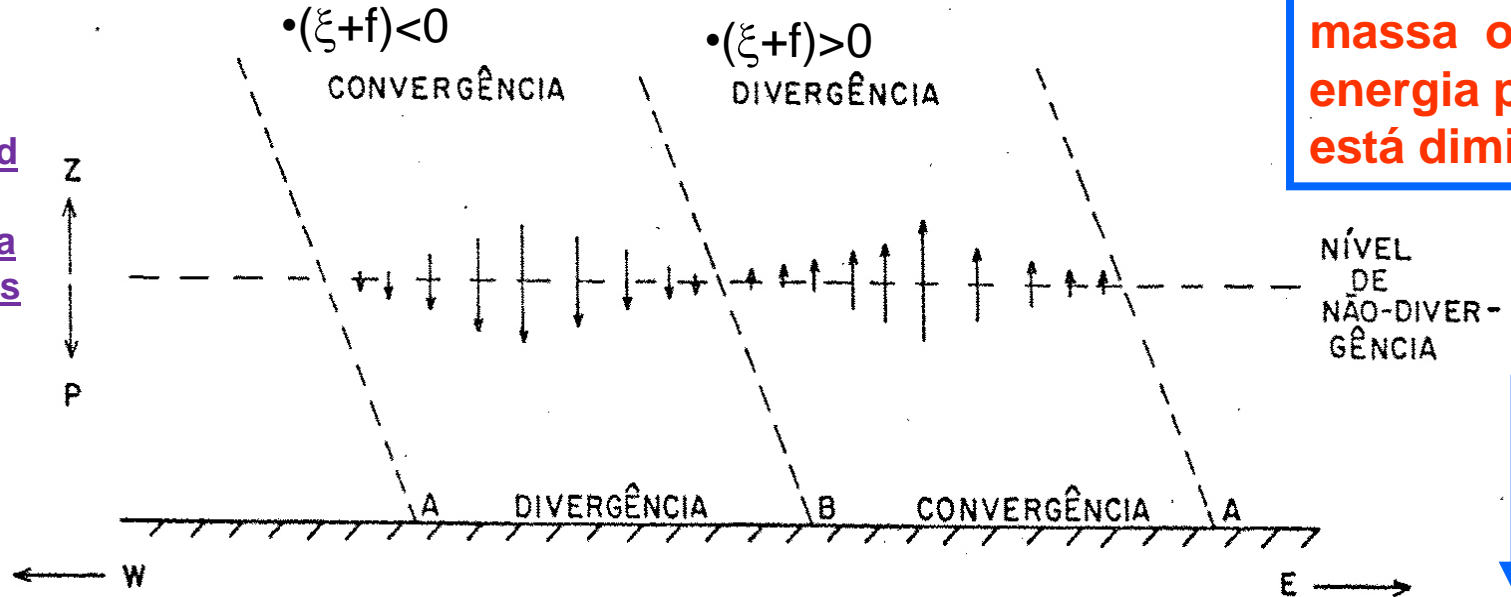
## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

movimento subsidente  
 $\omega > 0$

movimento  
ascendente ( $\omega < 0$ )

redução no nível  
do centro de  
massa ou que a  
energia potencial  
está diminuindo

vanguarda  
de um  
SBPS, há  
conv. nos  
BN e div  
AN



Nos níveis troposféricos **médios (500-600hPa)**

intensificação do sistema

**Fig. 4.4 – Secção transversal vertical Oeste-Este idealizada que ilustra as configurações de convergência e de divergência relativas á crista e à Cava. As setas indicam o movimento vertical conforme deduzido da eq. de continuidade**

## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial p}\right) = -\nabla_p \cdot V \quad 4.5$$

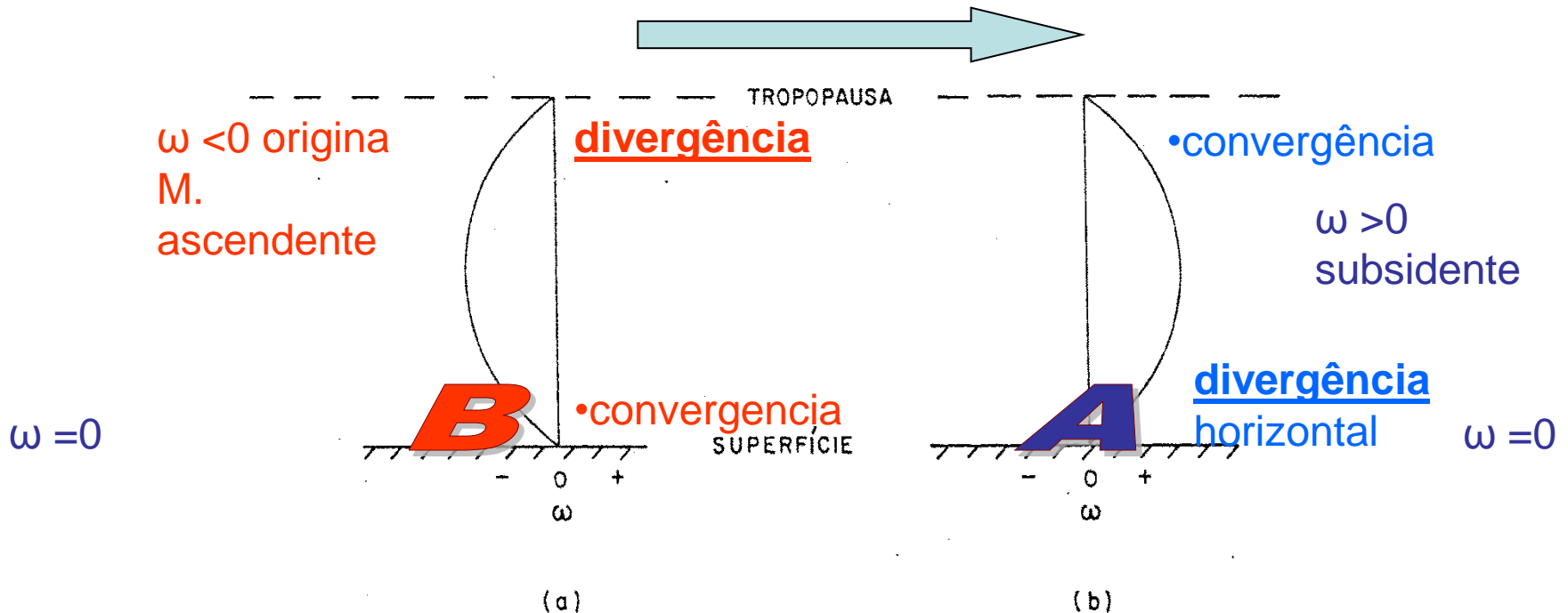
- Em regiões onde ocorre convergência, a eq 4.5 implica  $\frac{\partial \omega}{\partial p} > 0$
- De modo semelhante, onde ocorre divergência horizontal,  $\frac{\partial \omega}{\partial p} < 0$
- Se for admitido que  $\omega$  é aproximadamente zero na superfície da Terra e na Tropopausa (~200 hPa), se optem os **perfis verticais de  $\omega$  dados** na Fig 4.5 na **vanguarda de um sistema de baixa pressão á superfície, a convergência nos baixos níveis e a divergência em altos níveis dão origem a movimento ascendente ( $\omega < 0$ )** em níveis médios Fig. 4.5a .
- De modo semelhante, na vanguarda de um sistema de alta pressão á superfície, divergência em baixos níveis e convergência em altos níveis resultando um movimento subsidente  $\omega > 0$  em níveis médios



$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial p}\right) = -\nabla_p \cdot \mathbf{V}$$

## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

•Convergência horizontal  $\Rightarrow \frac{\partial \omega}{\partial p} > 0$   $\frac{\partial \omega}{\partial p} < 0$  divergência horizontal



. 4.5 – Perfis verticais do movimento vertical,  $\omega$ , para (a) região na frente de um sistema de baixa pressão á superfície e (b) região na frente de um sistema de alta pressão á superfície

## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

- Lembrando que á superfície o **ar quente é encontrado na frente dos sistemas de baixa pressão** e o **ar frio é encontrado na frente dos sistemas de alta pressão**, tem-se que o ar quente sobe e o ar frio desce. Isto é equivalente a dizer que existe uma **redução no nível do centro de massa ou que a energia potencial está diminuindo**. Admitindo-se que não há dissipação e energia, é necessário que se tenha, para a situação acima descrita, um aumento de energia cinética, que é equivalente à intensificação do sistema.
- Pela Fig 4.4 , se vê que há uma forte tendência para que a divergência em altos níveis fique posicionada directamente acima do sistema de baixa pressão o que, na ausência de mecanismos de dissipação próximo à superfície da Terra, não seria caracterizado nem por convergência nem por divergência. **Portanto haverá uma tendência para se ter um saldo de divergência na coluna da troposfera acima da baixa em superfície, o que resulta uma tendência negativa de pressão no centro da baixa equivalente á intensificação do sistema**

## 4.2 - Estrutura vertical de sistemas extra tropicais

- Quando os **efeitos do atrito são considerados**, se nota que o ar tende a **convergir** (divergir) para o sistema de baixa (alta) pressão á superfície.
- Em geral, a **convergência** ou divergência **por atrito se opõe aos efeitos da divergência** ou da convergência **em altos níveis**, **atendendo assim para retardar o desenvolvimento de ciclones** e de anticiclones em latitudes medias.
- Analogamente, acima de um sistema de alta pressão haverá tendência para ocorrer um saldo de convergência que resulta da **tendência positiva de pressão, no centro da alta**. Portanto a situação ilustrada na Fig 4.4 é propicia para a intensificação de sistemas de baixa pressão á superfície

## 4.3 - Equação de desenvolvimento de ciclones e de anticiclones

- Em grande parte a ciclogénese que se observa na baixa troposfera, ocorre em associação com **zonas frontais de superfície**, em conjugação com **um ciclone em desenvolvimento também se encontra uma região de advecção de vorticidade ciclónica nos níveis troposféricos superiores**. Estes são os principais factores necessários para produzir um ciclone extratropical.
- Existem **outros factores que contribuem para o desenvolvimento**. Eles são de natureza essencialmente secundário e, em geral, somente servem para modificar os sistemas existentes. Nesta categoria se encontram factores como o **aquecimento do tipo sensível** em virtude da superfície subjacente ou **aquecimento da atmosfera pela libertação do L na condensação**

## 4.3 - Equação de desenvolvimento de ciclones e de anticiclones

- Neste tema o enfoque para a derivação da eq. que descreve o desenvolvimento de ciclones e de anticiclones, é análogo ao utilizado por **Sutcliff** e Petterssen (Petterssen, 1956, Cap. 16 Vol 1)
- Inicialmente, se admite que a quantidade de convergência/divergência é proporcional a taxa de produção de vorticidade absoluta (ciclónica/anticiclónica)

$$\frac{d}{dt} (\zeta + f) = - (\zeta + f) \nabla_p V \quad (4.6)$$

## 4.3 - Equação de desenvolvimento de ciclones e de anticiclones

- Considera-se um sistema de coordenadas fixo com respeito ao sistema de superfície (ciclone ou anticiclone). Define-se
  - a vorticidade absoluta por  $\xi + f = Q$
  - A taxa local da variação de vorticidade neste sistema  $\frac{\delta Q}{\delta t}$  (este termo representa intensificação).
  - **C** como a velocidade do sistema de pressão
- Desta forma, a taxa de variação de Q com respeito a terra  $\frac{\partial Q}{\partial t}$  será igual a taxa de variação **local Q** no sistema de coordenadas do ciclone  $\frac{\delta Q}{\delta t}$  **mais a variação de Q em virtude da translação do ciclone.**
- Matematicamente isto é dado por

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\delta Q}{\delta t} - C \cdot \nabla Q$$

Na ausência de intensificação, as variações locais em Q ocorrem somente em virtude dos sistemas de pressão

(4.7)

Como o interesse é na ciclogénese em **superfície**, a eq. 4.7 será aplicada ao nível de 1000 hPa. Resolvendo (4.7 para **a intensificação**)

$$\frac{\delta Q_0}{\delta t} = \frac{\partial Q_0}{\partial t} + C \cdot \nabla Q_0 \quad (4.8)$$

Onde  $Q_0$  é a componente vertical da vorticidade absoluta no nível de 1000 hPa

A atenção será **focalizada** para a obtenção de uma expressão para

$$\frac{\partial Q_0}{\partial t}$$

• Para chegar a esta eq. Se utiliza a eq. de vorticidade, aplicada ao nível de não divergência (**NND**), e a **definição do vento térmico**.

- O vento térmico fornece o acoplamento vertical dos sistemas troposféricos mais baixos com os sistema da troposfera media e superior

$$\frac{d}{dt} \left( \epsilon + f \right) \neq - \left( \epsilon + f \right) \bar{y}_p V$$

A eq. 4.6, aplicada ao **NND**, pode ser expandida em coordenadas de pressão

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + V \cdot \nabla_p Q + \omega \frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \quad (4.9)$$

Define-se o  $V_T$  entre 1000 hPa e o **NNM** (~500 hPa) como

$$V_T = \underline{V} - V_0 \quad (4.10)$$

Onde  $V_0$  é o vento geostrófico em 1000 hPa e  $V$  é o vento geostrófico no NND (500 hPa)

Resolvendo (4.10) para  $V$ , tem-se

$$\underline{V} = V_T + V_0 \quad (4.11)$$



Fazendo o rotacional da (4.11) resulta em  $V = V_T - V_0$

$$\underline{\nabla \times V} = \nabla \times V_T + \nabla \times V_0 \quad (4.12)$$

E fazendo o produto escalar da (4.12) e o vector unitário K e somando a ambos f os lados da eq.

$$k. \nabla \times V + f = k. \nabla \times V_T + k. \nabla \times V_0 + f \quad (4.13)$$

$$Q = \xi_T + Q_0 \quad (4.14)$$

Onde  $\xi_T$  é a vorticidade relativa do vento térmico

Substituindo esta expressão para Q no 1º e 3ª termo a eq. 4.9 leva a

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + V \cdot \nabla_p Q + \omega \frac{\partial Q}{\partial p} = 0$$

$$\frac{\partial \xi_T}{\partial t} + \frac{\partial Q_0}{\partial t} + V \cdot \nabla_p Q + \omega \frac{\partial \xi_T}{\partial p} + \omega \frac{\partial Q_0}{\partial p} = 0 \quad (4.15)$$

Resolvendo a 4.15 para  $\frac{\partial Q_0}{\partial t}$

$$\frac{\partial Q_0}{\partial t} = -\frac{\partial \xi_T}{\partial t} - \mathbf{V} \cdot \nabla_p Q - \omega \frac{\partial \xi_T}{\partial p} - \omega \frac{\partial Q_0}{\partial p} = 0 \quad (4.16)$$

Advecção

Por ser a vorticidade em 1000 hPa,  $Q_0$  não é uma função da Pressão Então,

$$\frac{\partial Q_0}{\partial p} = 0$$

Analogamente  $\xi_T$  e a vorticidade relativa do vento térmico, definido para uma certa camada de pressão.

**Se for admitida uma camada de P cte, então, o termo**

$$\frac{\partial \xi_T}{\partial p} = 0$$

Na prática, o **NND** não é encontrado num nível particular, e portanto, a camada de pressão não é constante. Estimativas já feitas demonstram que o termo  $\omega$  e  $\frac{\partial \xi_T}{\partial p}$  É muito pequeno e não contribui de modo significativo

Se define  $A_Q$

$$A_Q = -V \cdot \nabla_p Q \quad (4.17)$$

como **a advecção de vorticidade no NND**.

Se pode então escrever a eq. 4.16 de modo simplificado

$$\frac{\partial Q_0}{\partial t} = -\frac{\partial \xi_T}{\partial t} + A_Q \quad (4.18)$$

A partir dos mapas de espessura

Com base na eq (4.18) se nota que a **variação local de  $Q_0$  depende da variação local da vorticidade relativa do vento térmico bem como a  $A_Q$  da vorticidade absoluta no NND**. **A vorticidade relativa do vento térmico pode ser determinada a partir da carta de espessura** e sua variação local pode ser inferida do movimento esperado da configuração (Fig 4.6). **Como é evidente na Fig 4.6, a  $\xi_T$  é anticiclónico na região dos sistemas de Baixa pressão á superfície**. Na região dos sistemas de alta pressão  $\xi_T$  é ciclónica.

Portanto, na frente de um sistema de **Baixa pressão** que se esta aproximando,  **$\xi_T$**  se esta tornando **mais anticiclónica**, de 4.18, isto implica que  **$Q_0$  se esta tornando mais ciclónica**

• Se a configuração de espessura permanece cte no tempo, então o sistema de pressão simplesmente sofreria uma translação numa taxa que depende de

$$\frac{\partial \xi_T}{\partial t}$$

Com todo, este não é geralmente o caso. Normalmente, a Advecção fria atrás de uma frente fria e a advecção quente na frente de uma frente quente combinam-se,

tal que

$$\frac{\partial \xi_T}{\partial t} \neq 0$$

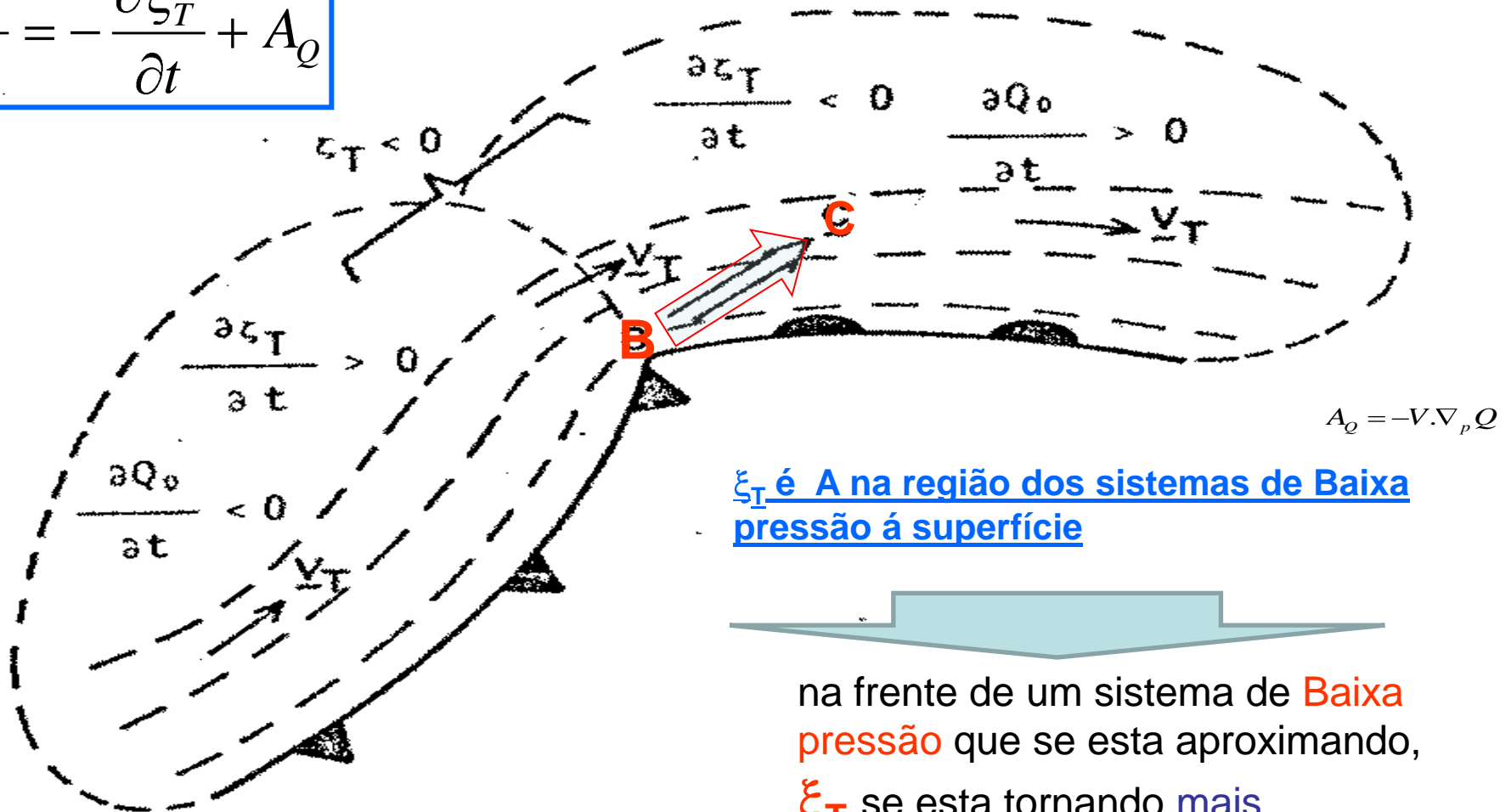
No centro da Baixa.



Isto resulta em intensificação do sistema da baixa pressão á superfície

- A **advecção fria na retaguarda da FF (frente Fria)** também serve para **intensificação a cava nos níveis troposféricos médios e superiores, pelo abaixamento da altura de geopotencial**.
- De modo análogo, a **advecção quente AQ na vanguarda a uma frente quente** serve para **amplificar uma crista de alto nível**.
  - Com resultado, a advecção de vorticidade nos níveis troposféricos médios e superiores e sua divergência associada estão aumentando, resultando num **movimento vertical intensificado** e num **deslocamento mais rápido** do sistema de pressão

$$\frac{\partial Q_0}{\partial t} = -\frac{\partial \xi_T}{\partial t} + A_Q$$



$\xi_T$  é A na região dos sistemas de Baixa pressão á superfície



na frente de um sistema de **Baixa pressão** que se esta aproximando,  $\xi_T$  se esta tornando **mais anticiclónica**, de 4.18, isto implica que  $Q_0$  **se esta tornando mais ciclónica**

Fig 4-6 – tendência da vorticidade em 1000 hPa relacionada com a variação local da vorticidade relativa do vento térmico para:

(a) Hemisfério Norte.

Na região dos sistemas de alta pressão  $\xi_T$  é ciclônica.



Fig 4-6 – tendência da vorticidade em 1000 hPa relacionada com a variação local da vorticidade relativa do vento térmico para:  
(b) Hemisfério Sul)

Para obter uma equação matemática mais conveniente para

Sutcliff faz uso da Primeira Lei de Termodinâmica

$$dH = \underline{c_p} dT - \frac{1}{\rho} dp \quad (4.19)$$

Onde  $d$  representa um **diferencial inexacto**. Dividindo esta expressão por  $c_p dt$

$$\frac{1}{\underline{c_p}} \frac{dH}{dt} = \frac{dT}{dt} - \frac{1}{\underline{\rho c_p}} \omega \quad (4.20)$$

Onde  $\omega = dp/dt$  Se pode usar na eq 4.19 para mostrar que a **taxa de variação vertical de temperatura adiabática** em coordenadas de pressão é dada por

$$\gamma_d = \frac{\partial T}{\partial p} = \frac{1}{\rho c_p} \quad (4.21)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\underline{c_p}} \frac{dH}{dt} + \gamma_d \omega$$

4.21 em 4.20

(4.22)



$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{c_p} \frac{dH}{dt} + \gamma_d \omega$$

Lembra que a T<sup>a</sup> esta relacionada com a espessura e o V<sub>T</sub>, está, também, relacionados com a espessura. Portanto, usando a eq. **Hidrostática** para substituir T na eq. 4.22 e por integração da mesma. **Obtemos uma equação de tendência da espessura a** partir da qual é possível derivar uma expressão para  $\frac{\partial \xi_T}{\partial t}$

**Expandindo** o lado esquerdo da 4.22 obtemos

$$\frac{dT}{dt} \rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} + V \cdot \nabla_p T + \omega \frac{\partial T}{\partial p} = \frac{1}{c_p} \frac{dH}{dt} + \gamma_d \omega \quad (4.23)$$

Derivadas  
parciais

Resolvendo para  $\frac{\partial T}{\partial t}$  E substituindo  $\gamma$  por  $\frac{\partial T}{\partial p}$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -V \cdot \nabla_p T + \omega \left[ \gamma_d - \gamma \right] + \frac{1}{c_p} \frac{dH}{dt} \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\rho g}{RT}$$

Da equação **hidrostática**, obtêm-se uma expressão para T

$$T = -\frac{g}{R} \frac{\partial z}{\partial \ln p} \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -V \cdot \nabla_p T + \omega (\kappa_d - \gamma) + \frac{1}{c_p} \frac{dH}{dt}$$

Substituindo 4.25 em 4.24, resulta:

$$-\frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial z}{\partial \ln p} \right] = \frac{g}{R} V \cdot \nabla_p \left[ \frac{\partial z}{\partial \ln p} \right] + \omega (\kappa_d - \gamma) + \frac{1}{c_p} \frac{dH}{dt} \quad (4.26)$$

Pág.35

Pág.36

Integrando a 4.26, o termo do lado esquerdo torna-se:

$$-\frac{g}{R} \int_{\ln p_0}^{\ln p} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial z}{\partial \ln p} \right] d \ln p = -\frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial t} (z - z_0) \quad (4.27)$$

$\partial/\partial t$ 

Pode ser trazida para fora da integral porque a avaliação é feita a pressão constante. Por sua vez, o primeiro termo no lado direito de 4:26 se torna:

$$-\frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial z}{\partial Lnp} \right] = \frac{g}{R} \mathbf{V} \cdot \nabla_p \left[ \frac{\partial z}{\partial Lnp} \right] \left( \rho_a - \gamma \bar{\rho} + \frac{1}{c_p} \frac{dH}{dt} \right)$$

$$-\frac{g}{R} \int_{\ln p_0}^{\ln p} \mathbf{V} \cdot \nabla_p \left[ \frac{\partial z}{\partial Lnp} \right] d \ln p = \frac{g}{R} \bar{\mathbf{V}} \cdot \nabla_p \left( z - z_0 \right) \quad (4.28)$$

Onde  $\bar{\mathbf{V}}$  representa o vento médio para a camada entre  $p_0$  e  $p$ . Define-se a advecção da espessura como:

$$A_{\Delta z} = -\bar{\mathbf{V}} \cdot \nabla_p (z - z_0) \quad (4.29)$$

Considerando esta eq., a eq. 4.28 se torna

$$\frac{g}{R} \int_{Lnp_0}^{Lnp} \mathbf{V} \cdot \nabla_p \left[ \frac{\partial z}{\partial Lnp} \right] dLnp = -\frac{g}{R} A_{\Delta z} \quad (4.30)$$

Os outros termos no lado direito de 4.26 se torna

$$-\frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial z}{\partial Lnp} \right] = \frac{g}{R} V \cdot \nabla_p \left[ \frac{\partial z}{\partial Lnp} \right] + \overline{\gamma_d - \gamma} \overline{\omega} + \frac{1}{c_p} \frac{dH}{dt}$$

$$\int_{Lnp_0}^{Lnp} \overline{\gamma_d - \gamma} \omega dLnp = \overline{\gamma_d - \gamma} \omega Lnp \frac{p}{p_0} \quad (4.31)$$

e

$$\int_{Lnp_0}^{Lnp} \left( \frac{1}{c_p} \frac{dH}{dt} \right) dLnp = \frac{1}{c_p} \overline{\frac{dH}{dt}} Lnp \frac{p}{p_0} \quad (4.32)$$

Portanto, após integração, a eq. 4.26 pode ser escrita como segue

$$\ominus \frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial t} \left( z - z_0 \right) = \ominus \frac{g}{R} A_{\Delta z} + \left\{ \overline{\gamma_d - \gamma} \overline{\omega} + \frac{1}{c_p} \overline{\frac{dH}{dt}} \right\} \frac{Lnp}{p_0} \quad (4.33)$$

Ou ainda

$$\frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial t} (z - z_0) = -\frac{g}{R} A_{\Delta z} + \left\{ (\gamma_d - \gamma) \omega + \frac{1}{cp} \frac{dH}{dt} \right\} \ln \frac{p_0}{p} \quad (4.34)$$

Esta eq. (34) é a eq. de tendência de espessura. No caso da advecção fria (AF).  $A_{\Delta z} < 0$  o que implica

$$A_{\Delta z} < 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (z - z_0) < 0$$

No caso de AQ

$$A_{\Delta z} > 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (z - z_0) > 0$$

Em condições atmosféricas **estáveis**, ( $\gamma_d > \gamma$ )  
tem-se movimento subsidente ( $\omega > 0$ ), leva

$$\frac{\partial}{\partial t} (z - z_0) > 0$$

E movimento ascendente ( $\omega < 0$ ), leva

$$\frac{\partial}{\partial t} (z - z_0) < 0$$

Também, se o calor for ADICIONADO A CAMADA, seja em virtude da libertação de calor latente, seja por aquecimento sensível por baixo, a tendência da espessura será positiva

Para obter a **vorticidade relativa do vento térmico**, fazemos uso do fato de que para o escoamento geostrófico

$$\xi = \frac{g}{f} \nabla^2 z$$

(4.35)

Portanto a **vorticidade relativa** do  $V_T$  pode ser escrita como

$$\xi_T = \frac{g}{f} \nabla^2 (z - z_0)$$

(4.36)

E fazendo o **Laplaciano** da 4.34, se obtêm:

$$\frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial t} \left( \overline{\omega} \right)_{-z_0} = -\frac{g}{R} A_{\Delta z} + \left\{ \overline{\gamma_d - \gamma} \omega + \frac{1}{cp} \frac{d\overline{H}}{dt} \right\} \ln \frac{p_0}{p}$$

$$\frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 (z - z_0) = \frac{g}{R} \nabla^2 A_{\Delta z} + \nabla^2 \left\{ \overline{\gamma_d - \gamma} \omega + \frac{1}{cp} \frac{d\overline{H}}{dt} \right\} \frac{Lnp_0}{p}$$

(4.37)

$$\frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 z - z_0 = \frac{g}{R} \nabla^2 A_{\Delta z} + \nabla^2 \left\{ \overline{\gamma_d - \gamma} \omega + \frac{1}{cp} \frac{dH}{dt} \right\} \frac{Lnp_0}{p}$$

Se define

$$S \equiv \overline{\gamma_d - \gamma} \omega L n \frac{p_0}{p} \text{ termo de estabilidade}$$

(4.38)

$$H = \frac{1}{cp} \frac{dH}{dt} L n \frac{p_0}{p}$$

termo de aquecimento **diabático**

(4.39)

Resolvendo a eq. 4.37 para  $\frac{\partial \xi_T}{\partial t}$  se obtêm:

$$\frac{\partial \xi_T}{\partial t} = \frac{g}{f} \nabla^2 A_{\Delta z} + \frac{R}{f} \nabla^2 S + \frac{R}{f} \nabla^2 H$$

(4.40)

Substituindo a 4.40 em 4.18, temos:

$$\frac{\partial Q_0}{\partial t} = -\frac{\partial \xi_T}{\partial t} + A_Q$$

$$\frac{\partial Q_0}{\partial t} = -\frac{g}{f} \nabla^2 A_{\Delta z} - \frac{R}{f} \nabla^2 S - \frac{R}{f} \nabla^2 H + A_Q$$

(4.41)

$$\frac{\partial Q_0}{\partial t} = -\frac{g}{f} \nabla^2 A_{\Delta z} - \frac{R}{f} \nabla^2 S - \frac{R}{f} \nabla^2 H + A_Q \quad (4.41)$$

Esta expressão **fornece a variação local de vorticidade absoluta em 1000 hPa**. Substituindo 4.41 em 4.8, leva a:

$$\frac{\delta Q_0}{\delta t} = \frac{\partial Q_0}{\partial t} + C \cdot \nabla Q_0$$

leva a:

$$\frac{\delta Q_0}{\delta t} = A_Q - \frac{g}{f} \nabla^2 A_{\Delta z} - \frac{R}{f} \nabla^2 S - \frac{R}{f} \nabla^2 H + C \cdot \nabla Q_0 \quad (4.42)$$

Esta é a eq. Desenvolvida, onde:

$$\frac{\delta Q_0}{\delta t} \text{ é a intensific ação}$$



Advecção da vorticidade

<o laplaciano do campo de Advecção de espessura

Laplaciano do campo de vertical **adiabático**

Laplaciano do aquecimento **diabático**

$$\frac{\partial Q_0}{\partial t} = A_Q - \frac{g}{f} \nabla^2 A_{\Delta z} - \frac{R}{f} \nabla^2 S - \frac{R}{f} \nabla^2 H + C \cdot \nabla Q_0$$

Varição em  $Q_0$  devido a translação

A seguir cada termo da eq. Anterior será referido como:

$-\frac{g}{f} \nabla^2 A_{\Delta z}$	Advecção de espessura	$-\frac{R}{f} \nabla^2 H$	Termo diabático
$-\frac{R}{f} \nabla^2 S$	Termo <b>adiabático</b>	$C \cdot \nabla Q_0$	Termo de deslocamento