

Unidade curricular - Meteorologia Sinóptica 45580

-MS

28-02-2011

➤ **Coordenadas naturais (CN)**

- **Considerações gerais.**
- **Equação do movimento.**
- **Divergência e convergência.**
- **Vorticidade.**

➤ **Exemplos:**

- **A influência de vorticidade ciclónica num campo de nuvens originalmente sem forma**

http://www.meted.ucar.edu/dlac/lesson2a_es/

■ <http://www.fpcolumbofilia.pt/meteo/escola17.htm>

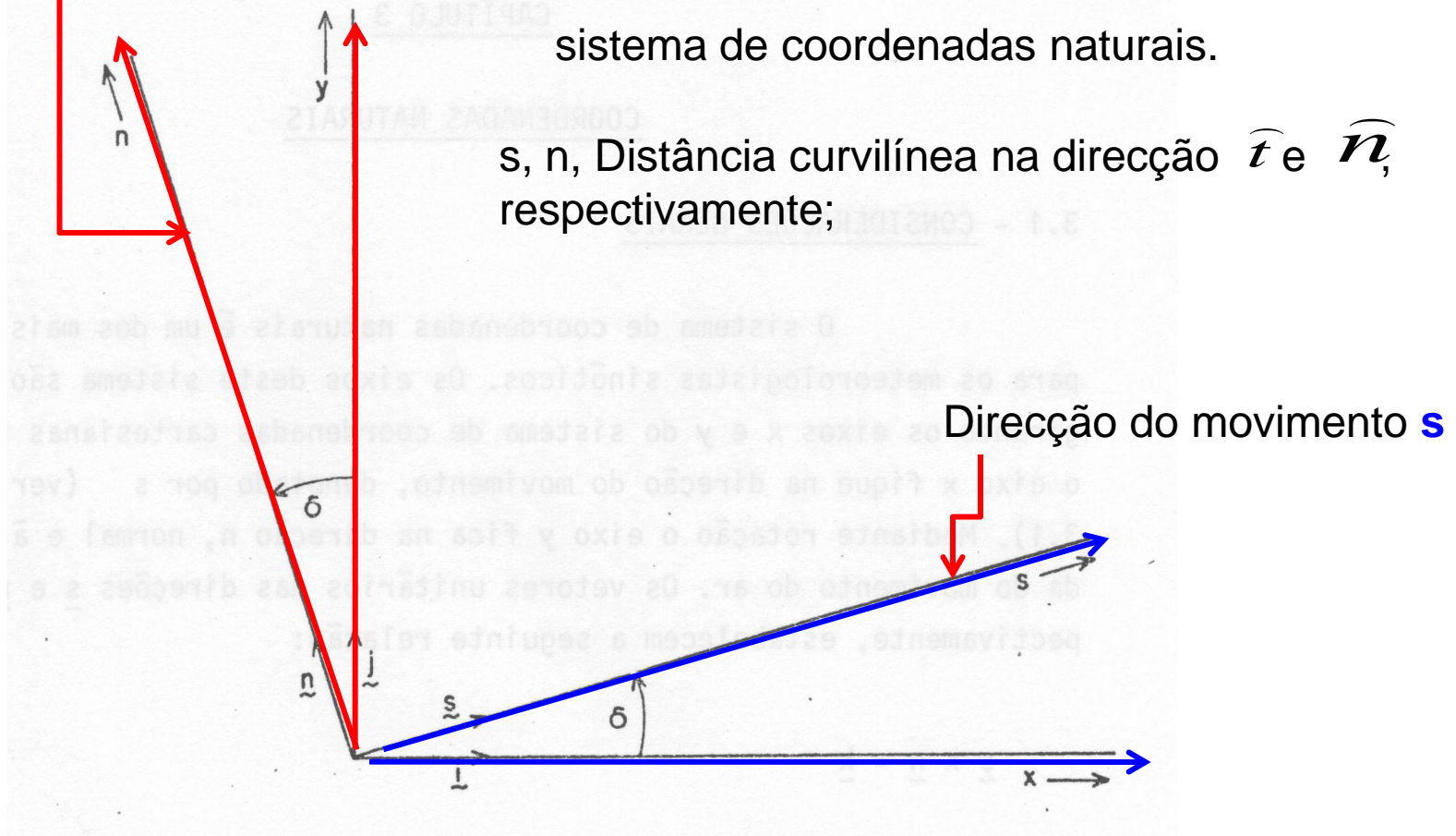
https://www.metopicaer.mil.br/interpretacao_metar.html

- Coordenadas naturais (CN) – Considerações gerais

- Nas cartas sinópticas, faz-se uso do sistema de coordenadas naturais, um sistema de coordenadas útil para interpretar fisicamente os campos cinemáticos do vento (divergência, vorticidade e deformação).
 - Os eixos deste sistema são obtidos girando os eixos x e y dos sistema de coordenadas cartesianas tal que
 - • o eixo x é orientado na direcção do **escoamento**;
 - • o eixo y é **perpendicular e à esquerda do escoamento**, independente de hemisfério;
 - • o eixo z **não se altera**
- • Neste novo sistema de coordenadas, os eixos são renomeados:
 - • eixos x eixo s (para referir-se à direcção das linhas de correntes);
 - • eixo y eixo n (para referir-se à direcção normal);
 - • eixo z eixo z

$$s \times n = k$$

Mediante rotação o eixo y fica na direcção n



- Relação entre as coordenadas naturais e as coordenadas cartesianas

sistema de coordenadas naturais.

$$V \equiv \frac{Ds}{Dt}$$

Escalar não negativo definido por

R - Raio de curvatura do escoamento;

s

$$\vec{V}_H = V\hat{t}$$

Vector velocidade do vento horizontal, e em qualquer instante

O versor \hat{n} é perpendicular a \vec{V}_H e \hat{n} a esquerda deste em qualquer hemisfério;

\hat{t} \hat{n}
Versores nas direcções da velocidade local e normal, respectivamente;

$$\frac{d\vec{V}_H}{dt} + f\hat{k} \times \vec{V}_H = -\frac{1}{\rho} \nabla_H p$$

- Onde K é o vector unitário na vertical. O ângulo de rotação, δ , é positivo por convenção se a rotação for anti-horária.
- No sistema de CN os eixos mudam de orientação a medida que o movimento do ar muda de direcção. Os vectores unitários s e n podem, então, ser função do tempo. Uma vantagem óbvia do sistema de CN é que o vector velocidade horizontal tem somente uma componente, aquela na direcção s . Então

$$\blacksquare V = V s$$

- É conveniente usar a equação de movimento em coordenadas de pressão (pressão no papel de eixo vertical) pois os dados sinópticos do ar superior são geralmente fornecidos ao nível de pressão constante

Equação do movimento em coordenadas naturais

A eq. Vertical do movimento em coordenadas de pressão pode ser escrita por

$$\frac{dV}{dt} + f k \times V = -\nabla_p \phi$$

Altura de geopotencial (gz)

Os vectores unitários **s** e **n** podem ser expressos em termos de vectores unitários **i** e **j** assim

$$\begin{aligned} s &= s_x i + s_y j \\ n &= n_x i + n_y j \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} s_x &= s \bullet i = |s||i| \cos \delta = \cos \delta \\ s_y &= s \bullet j = |s||j| \cos 90 - \delta = \text{sen} \delta \\ n_x &= n \bullet i = |n||i| \cos 90 + \delta = -\text{sen} \delta \\ n_y &= n \bullet j = |s||j| \cos \delta = \text{co} \delta \end{aligned} \right.$$

Desta forma:

$$s = \cos \delta i + \text{sen} \delta j$$

$$n = -\sin \delta i + \cos \delta j$$

Utilizando a expressão **do vento horizontal** ($\mathbf{V} = V\mathbf{s}$) na Eq. De movimento

$$\frac{dV}{dt} + f\mathbf{k} \times \mathbf{V} = -\nabla p + \phi$$

Eq. De mov

resulta

$$\frac{d}{dt} V s + f\mathbf{k} \times V s = -\nabla p + \phi$$

$$\nabla p = s \frac{\partial}{\partial s} + n \frac{\partial}{\partial n}$$

Em CN

Substituindo em

$$\frac{d}{dt} V_s + f_k \times V_s = - \left\{ s \frac{\partial}{\partial s} + n \frac{\partial}{\partial n} \right\} \phi \quad \text{(c)}$$

→ Pode ser escrito

$$\frac{d}{dt} V_s = s \frac{dv}{dt} + V \frac{ds}{dt}$$

$$n = -\sin \delta i + \cos \delta j$$

$$s = \cos \delta i + \sin \delta j$$

$$\frac{ds}{dt} = -i \sin \delta + j \cos \delta \frac{d\delta}{dt} = n \frac{d\delta}{dt}$$

Velocidade angular relativa do ar pode ser expressa: $\frac{d\delta}{dt}$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{d\delta}{ds} \frac{ds}{dt}$$

onde

$$\frac{d\delta}{ds} = \frac{1}{R}$$

R = raio de curvatura do escoamento (* positivo para o escoamento no sentido anti-horário e $ds/dt = V$)

$$\frac{d}{dt} V_s = s \frac{dv}{dt} + n \frac{V^2}{R}$$

$$\leftarrow e \rightarrow \frac{d\delta}{ds} = \frac{V}{R}$$

- Assim, a **aceleração do vector velocidade em coordenadas naturais** é dada pela soma de 2 acelerações, uma orientada ao longo do escoamento (aceleração da magnitude) e outra orientada na direcção normal ao escoamento (aceleração centrípeta)

$$\frac{d}{dt} V_s = s \frac{dv}{dt} + n \frac{V^2}{R} \quad \text{(a)}$$

$$\frac{d}{dt} V_s + f k \times V_s = - \left\{ s \frac{\partial}{\partial s} + n \frac{\partial}{\partial n} \right\} \phi \quad \text{(c)}$$

- Consideremos o termo de Coriolis

$$f k \times \underbrace{V_s}_{= V} = f V \times s = f V n \quad \text{(b)}$$

Pela substituição da
(a) e **(b)** em **(c)**

$$\frac{dV}{dt} s + \frac{V^2}{R} n + f V n = - \frac{\partial \phi}{\partial s} s - \frac{\partial \phi}{\partial n} n$$

Eq. do movimento em CN

$$\frac{dV}{dt} s + \frac{V^2}{R} n + fVn = -\frac{\partial \phi}{\partial s} s - \frac{\partial \phi}{\partial n} n$$

- O produto escalar com os vectores unitários **s** e **n** fornecem, respectivamente

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\partial \phi}{\partial s}$$

aceleração de velocidade se verificam quando a altura de **geopotencial varia na direcção de movimento de ar**

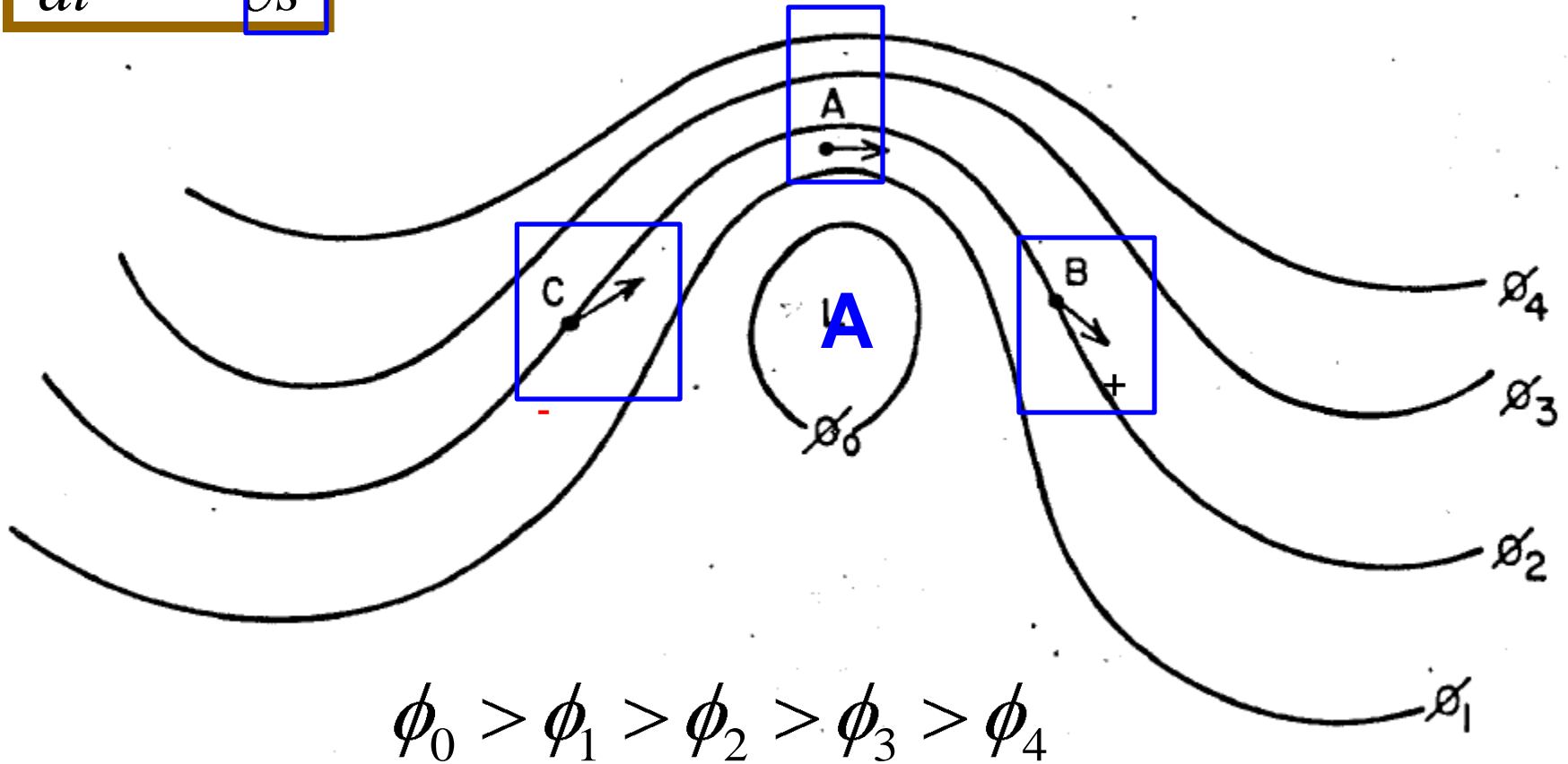
$$\frac{V^2}{R} + fV = -\frac{\partial \phi}{\partial n}$$



$$\frac{dV}{dt} = - \frac{\partial \phi}{\partial s}$$

Vento paralelo aos
contornos de altura
0

Ponto A $\frac{\partial \phi}{\partial s} = 0$ e $\frac{dV}{dt} = 0$



- Análise esquemático da altura de Geopotencial para um nível de pressão constante no hemisfério Norte

Fig

$$\frac{dV}{dt} = - \frac{\partial \phi}{\partial s}$$

- É evidente que a aceleração na magnitude de velocidade se verificam quando a altura de geopotencial varia na direcção de movimento de ar. Considere-se a análise esquemática da altura de geopotencial mostrada na Fig.

$$\text{Ponto A} \quad \frac{\partial \phi}{\partial s} = 0 \quad e \quad \frac{dV}{dt} = 0 \quad (\text{vento é paralelo aos contornos de altura})$$

$$\text{Ponto B} \quad \frac{\partial \phi}{\partial s} < 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} > 0 \quad (\text{aceleração})$$

$$\text{Ponto C} \quad \frac{\partial \phi}{\partial s} > 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} < 0 \quad (\text{desaceleração})$$

- Uma vez que $\frac{dV}{dt} = -\frac{\partial\phi}{\partial s}$ Não envolve f, estes resultados aplicam-se a ambos hemisférios
- Em geral, o movimento do ar, numa superfície de pressão constante, **se acelera** quando o movimento se desloca na direcção a altura Geopotencial mais baixa e **se desacelera** quando o movimento se desloca em direcção a alturas geopotenciais mais altas
- O escoamento é uniforme, na direcção do movimento, se $dV/dt = 0$ em todos os pontos

■ Se o escoamento for uniforme, então a eq. de movimento em CN se reduz a



$$\frac{V^2}{R} + fV = -\frac{\partial\phi}{\partial n}$$



Este tipo de vento se chama vento gradiente



$$\frac{V_{gr}^2}{R} + fV_{gr} = -\frac{\partial\phi}{\partial n}$$

■ O movimento real do ar se encontra em balanço gradiente perfeito. Somente se as isotacas forem, em todos os pontos, paralelos aos contornos de altura geopotencial e $dV/dt = 0$. Em geral, as acelerações apresentadas pela magnitude da velocidade são pequenas tal que o vento gradiente é aproximadamente igual ao vento observado

o vento gradiente é ~ ao vento observado

- Se o escoamento for rectilíneo (o escoamento atmosférico seguindo grandes círculos da terra) então o termo da aceleração centrípeta será eliminado

$$\frac{\cancel{V^2}}{\cancel{R}} + fV = -\frac{\partial\phi}{\partial n}$$

- Então o vento resultante é o V_g

$$fV_g = -\frac{\partial\phi}{\partial n}$$

- Devido aos movimentos curvilíneos, o v_g é o vento mas pobre como aproximação para o vento observado.
- O vento observado pode variar de 50% a 200% do valor geostrófico

Assim:

$$fV_g = -\frac{\partial\phi}{\partial n}$$

HN ($f>0$) ϕ deve decrescer na direcção n positiva

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} < 0$$

- No HS ($f<0$) ϕ deve de aumentar na direcção n positiva

Se o escoamento **ciclónico** for definido como o movimento do ar curvilíneo que apresenta no seu centro baixo valor de altura Geopotencial, então **o escoamento ciclónico corresponde a $R>0$ no HN** e $R<0$ no HS

Ciclónico
sob-geostrófico



De modo semelhante, se define o escoamento anticiclónico como um movimentos curvilíneo que apresenta no seu centro alto valore de altura de Geopotencial. **O escoamento anticiclónico corresponde a $R<0$ no HN** e $R>0$ no HS

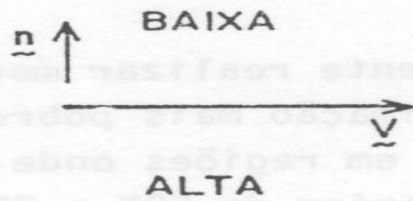


Anticiclónico
supergeostrófico

**$f > 0$ no HN $\rightarrow \phi$ decrece na
direcção n positiva $\delta\phi/\delta n < 0$**

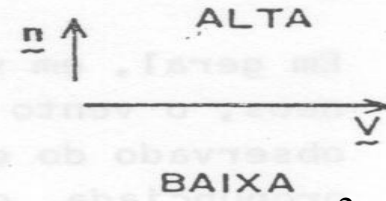
Hemisfério Sul

Hemisfério Norte



$$\frac{\partial \phi}{\partial n} < 0$$

$$fV_g = -\frac{\partial \phi}{\partial n}$$



$$\frac{V_{gr}^2}{R} + fV_{gr} = -\frac{\partial \phi}{\partial n}$$

$R > 0$



**Ciclónico
Sub-geostrófico**



$R < 0$

$R < 0$



**Anticiclónico
Super-geostrófico**



$R > 0$

- Diagrama esquemática que ilustra a relação entre o vento e altura geopotencial para a) escoamento rectilíneo, b) escoamento cíclico, escoamento anticiclónico

- Pela combinação do Eq. do v_g e a Eq. do V_{gr} podemos destacar R

$$\frac{V_{gr}^2}{R} + fV_{gr} = fV_g$$

$$R = \frac{V_{gr}^2}{f(V_g - V_{gr})}$$

$$\frac{V_{gr}^2}{R} + fV_{gr} = -\frac{\partial \phi}{\partial n}$$

- Se for admitido que o escoamento observado esta bem próximo do balanço gradiente, então para $R > 0$, no HN ($f > 0$)
Leva $v_g - v_{gr} > 0$, ou seja $v_g > v_{gr}$ escoamento subgeotrófico

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

- $v_g - v_{gr} > 0$ sub-geotrófico

- Para $R < 0$, no HN $v_g - v_{gr} < 0$ ou $v_g < v_{gr}$ escoamento supergeotrófico

- $v_g - v_{gr} < 0$ Super-geotrófico

Divergência e convergência

Lembra

- **Conceito físico de Convergência/Divergência horizontal:**

Medida da taxa de adição/remoção de uma massa de ar numa coluna atmosférica.

Ocorre devido a mudanças na velocidade do vento ao longo das linhas de corrente.

Convergência/divergência implica em confluência/difluência.

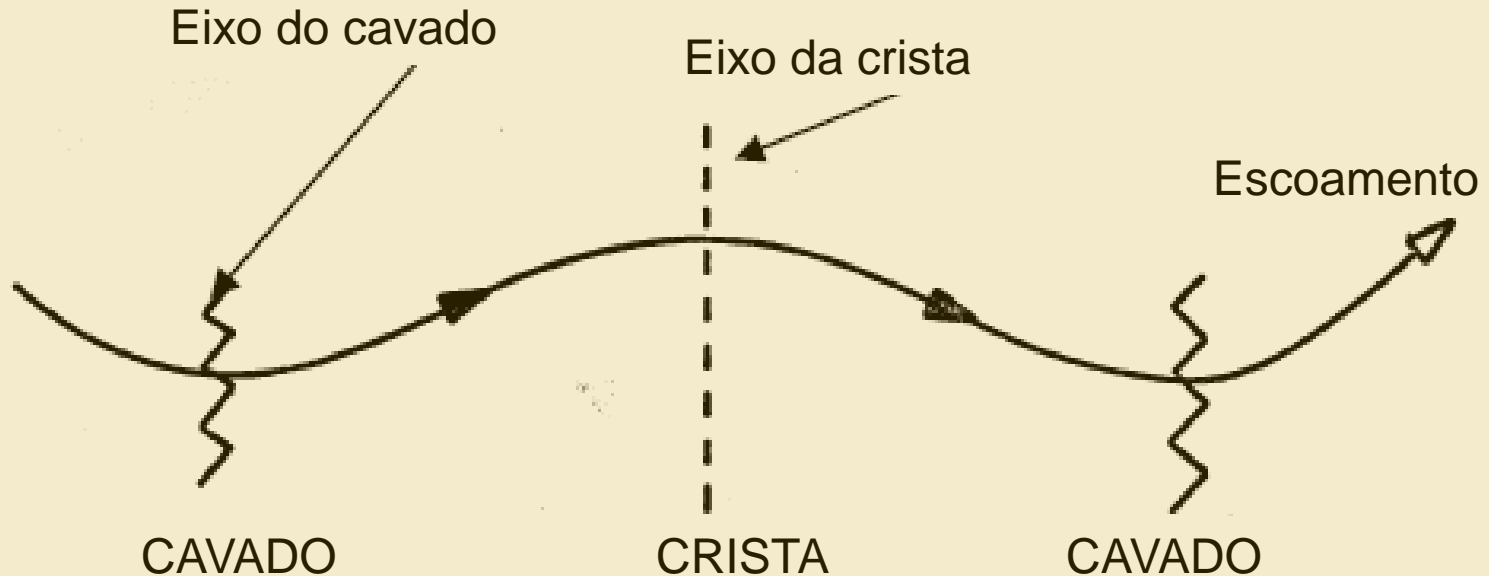


Lembra: Algumas situações onde o vento geostrófico é válido:

- • Região extratropical (pois nos trópicos $f \rightarrow 0$);
- • Longe da superfície da Terra, onde o atrito não é importante (isto é, pode ser desprezado);
- • Em escoamentos sem acelerações, o que implica que as isóbaras ou as isolinhas de geopotencial são estritamente paralelas e uniformemente espaçadas;
- • Em escoamentos retilíneos
- • OBS.: Em um escoamento ondulatório, formado por uma sequência de cavados e cristas (chamada de *trem de ondas* - *A Figura que segue a aproximação geostrófica não é boa pela própria definição de do vento geostrófico, considera o movimento retilíneo. Neste caso, usa-se o vento gradiente (considera o movimento curvilíneo).*

Esquema ilustrativo de um trem de ondas em um escoamento no HN.

O V_g não é válido



Algumas aplicações do vento ageostrófico

- Frontogênese;
- Ciclogênese;
- Dinâmica das correntes de jactos em baixos e em altos níveis;
- Desenvolvimento de convecção severa;

(está associado com circulações verticais)

$$\vec{V}_{ag} = \vec{V}_H - \vec{V}_g$$

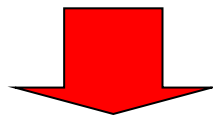
DIVERGÊNCIA E CONVERGÊNCIA

- Em geral, a **div. da velocidade horizontal** é uma grandeza difícil de medir por causa dos erros nas medidas dos ventos e em parte porque a sua expressão matemática é a soma de 2 termos que em geral são de tamanhos comparais porém de sinais opostos. Também neste caso as CN fornece uma representação mais útil para a MS
- Em CN a div da velocidade horizontal pode ser expressa como:

$$\nabla_p \bullet V = s \frac{\partial}{\partial s} \bullet \left[\begin{matrix} \\ \end{matrix} \right] + n \frac{\partial}{\partial n} \bullet \left[\begin{matrix} \\ \end{matrix} \right]$$

Expandindo os termos do lado esquerdo e usando

$$n = -\sin \delta i + \cos \delta j$$



$$s = \cos \delta i + \sin \delta j$$

$$\nabla_p \bullet V = \frac{\partial V}{\partial s} + V \frac{\partial \delta}{\partial n}$$

$$\nabla_p \bullet V = \frac{\partial V}{\partial s} + V \frac{\partial \delta}{\partial n}$$

È a variação da magnitude de velocidade na direcção do movimento

$$\frac{\partial V}{\partial s}$$

$$V \frac{\partial \delta}{\partial n}$$

Representa a confluência ou difluência do escoamento do ar

Ambos os termos podem ser avaliados a partir da análise de linhas de corrente e de isotacas numa carta de pressão constante

$$\frac{\partial \delta}{\partial n} < 0 \Rightarrow \textit{confluencia}$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial n} > 0 \Rightarrow \textit{difluencia}$$

Linhas de corrente e isotacas
numa carta de pressão
constante

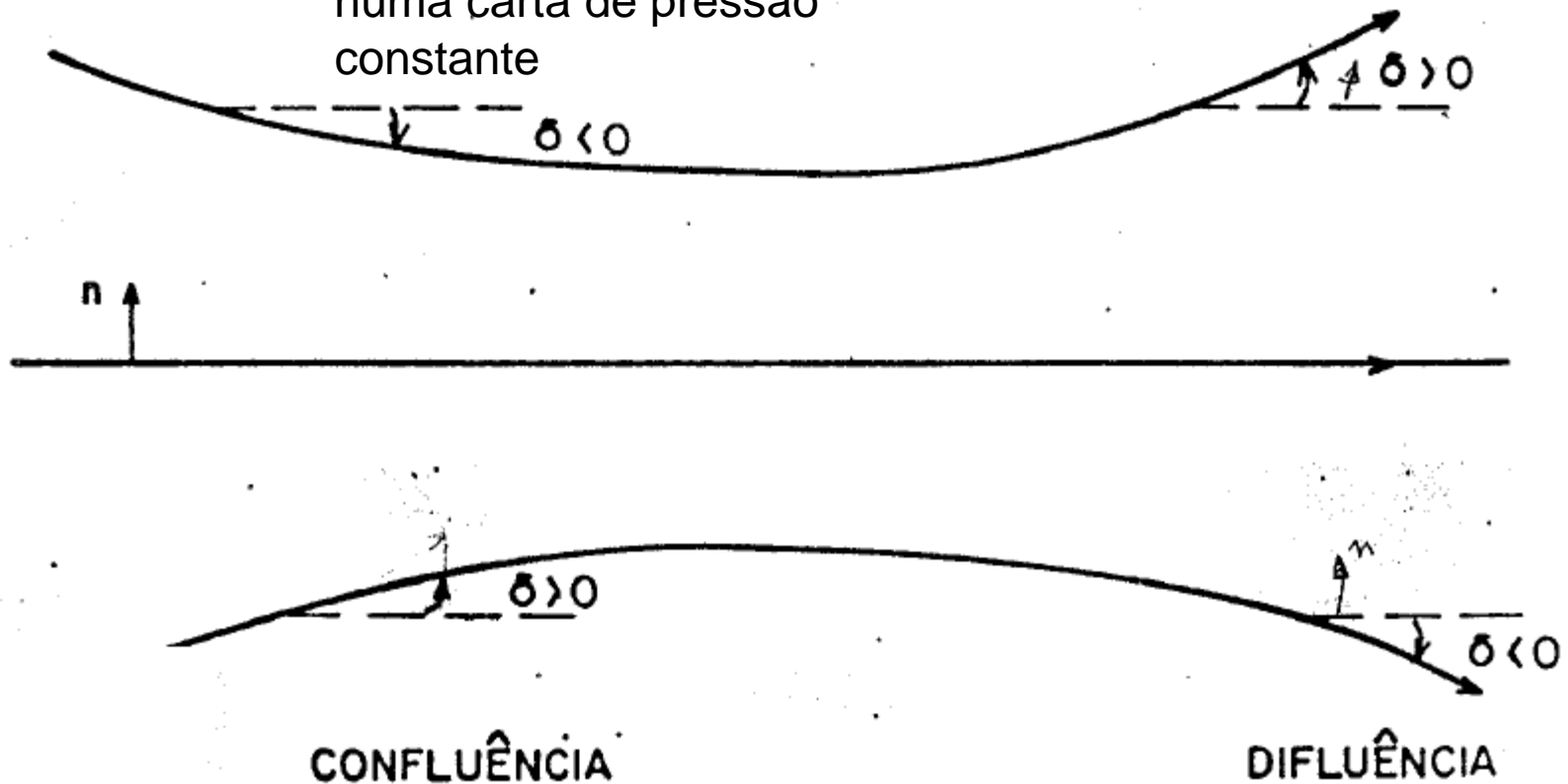
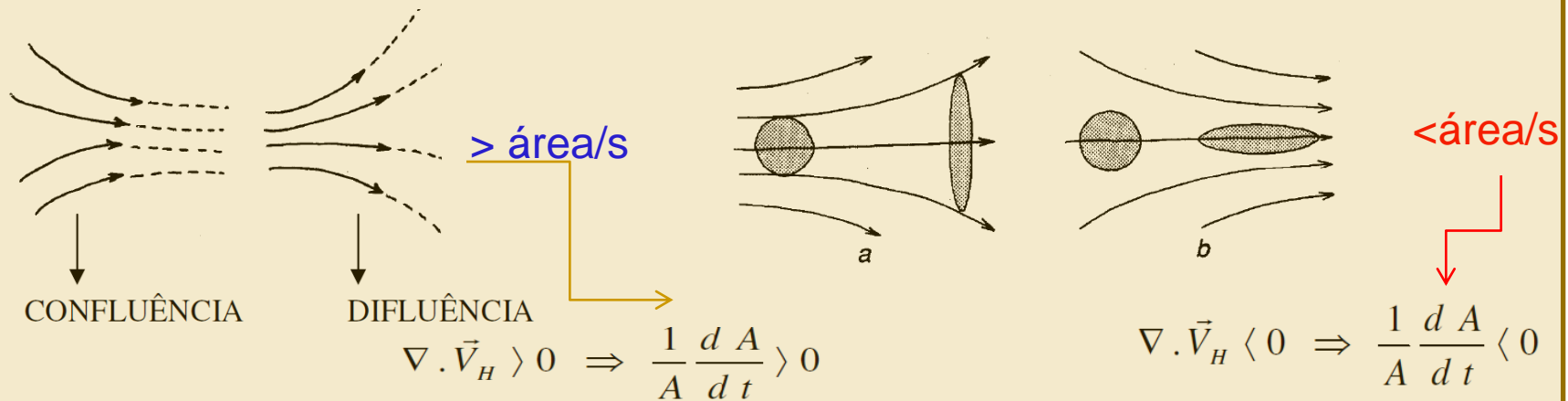


Diagrama esquemático que ilustra a confluência e difluência

Em geral os termos de variação de magnitude de **velocidade e de confluência** possuem sinais opostos e assim a soma resultante **convergência ou divergência** será muito pequena MS_2011 MDJMO

- **Conceito geométrico de convergência/divergência:
Confluência/difluência**
- Confluência/difluência indica linhas de corrente convergindo/divergindo para/de um ponto/região. Confluência/Difluência pode implicar em convergência/divergência.



Esquemas de escoamentos:
a) difluente, b) confluyente.

Corpos inicialmente circulares.
Escoamento com deformação pura
(isto é, não tem divergência e nem
vorticidade)

Geralmente, convergência/divergência e confluência/difluência são de sinais opostos; de forma que a divergência geralmente é pequena.

Assim, a determinação da localização de regiões de convergência/divergência tem que ser feita analisando-se estas duas componentes simultaneamente.

Valores típicas de divergência em sistemas sinóticos de latitudes médias:

$\nabla \cdot \vec{V}_H$ (S ⁻¹)	Δt	Sistemas de movi.
$1,9 \times 10^{-4}$	1 h	Sub-sinótica (zona frontal)
$3,2 \times 10^{-5}$	6 h	Sinótica intensa
$0,8 \times 10^{-5}$	1 dia	Sinótica média
$0,4 \times 10^{-5}$	2 dias	Sinótica
$1,1 \times 10^{-6}$	1 semana	Ondas planetárias

Localmente, também têm-se valores de divergência da ordem:

- $4,0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ nos cavados bem desenvolvidos na troposfera superior;
- maior que 10^{-4} s^{-1} em tornados e
- da ordem de $2,0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ parece ser típico de ciclones desenvolvidos ou movendo-se rapidamente ao nível do mar.

EQUAÇÃO DA VORTICIDADE EM COORDENADAS NATURAIS

- Mede a taxa de rotação instantânea de uma parcela fluida em torno do eixo vertical local.
- • Matematicamente é um campo vectorial definido como o rotacional da velocidade:

$$\zeta = \nabla \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} =$$

$$= \hat{i} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \hat{j} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \hat{k} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

ξ (ksi)

η (neta)

ζ (zeta)



Vorticidade Absoluta

$$\eta = \zeta + f$$

$$f = 2 \Omega \sin \phi$$

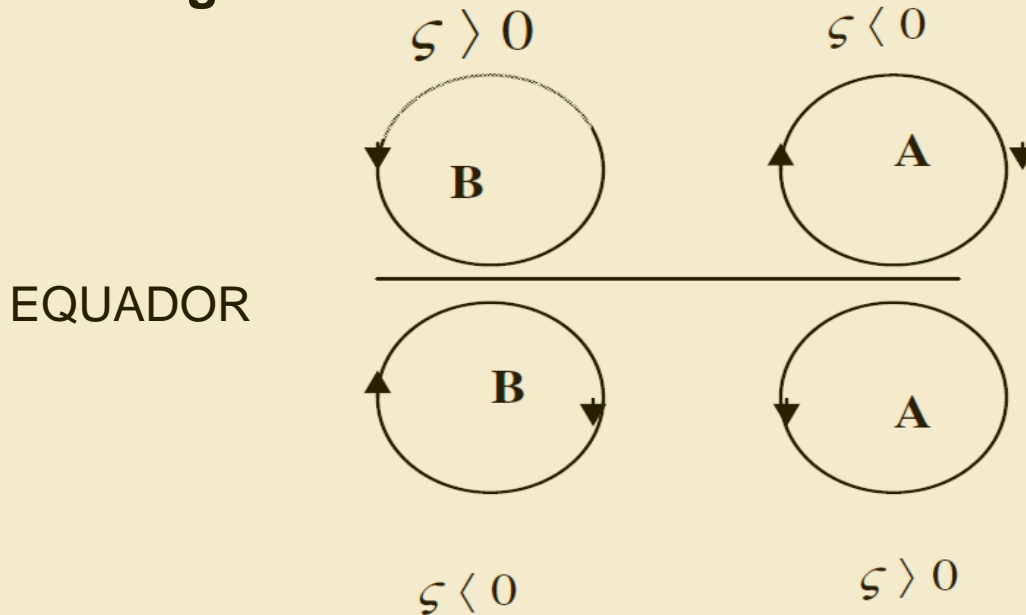
$$\Omega = 7,3 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

Vorticidade Relativa

(efeito da deflexão da Terra)

(velocidade angular da Terra)

- **Convenção de Sinais para ζ : Os sinais positivo e negativo dão o sentido do giro.**



- **GIRO HORÁRIO - VORTICIDADE NEGATIVA.**
 - ciclônico no HS
 - anticiclônico no HN
- **GIRO ANTI-HORÁRIO - VORTICIDADE POSITIVA.**
 - ciclônico no HN
 - anticiclônico no HS

A curvatura ou a rotação apresentada pelo movimento do ar relativo a Terra é chamada **vorticidade relativa**, que matematicamente, é expressa como

$$\nabla \times V$$

A orientação do vector vorticidade ou rotação é normal ao plano de rotação. Para movimento **curvilíneo** num **plano quase horizontal**, tal como uma superfície de pressão constante, a componente vertical da **vorticidade relativa** é

$$\zeta = k \cdot \nabla \times V$$

Que em **CN** se torna

$$\zeta = K \cdot \left[s \frac{\partial}{\partial s} + n \frac{\partial}{\partial n} \times \nabla_s \right]$$

Em CN

$$\zeta = K \bullet \left[s \frac{\partial}{\partial s} + n \frac{\partial}{\partial n} \times \nabla s \right]$$

Resolvendo na eq.
Anterior []

Expandindo o []

$$\zeta = K \bullet \left[s \times \frac{\partial \nabla s}{\partial s} + n \times \frac{\partial \nabla s}{\partial n} \right]$$

Usando a expressão das derivadas dentro dos corchetes e uso da

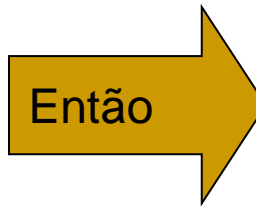
$$\begin{aligned} s &= s_x i + s_y j \\ n &= n_x i + n_y j \end{aligned}$$

Resulta

$$\zeta = K \bullet \left[V \frac{\partial \delta}{\partial s} s \times n + \frac{\partial V}{\partial s} s \times s + V \frac{\partial \delta}{\partial n} n \times n + \frac{\partial V}{\partial n} n \times s \right]$$

Lembra que:

$$\begin{aligned} s \times n &= k \\ s \times s &= n \times n = 0 \\ \frac{\partial \delta}{\partial s} &= \frac{1}{R} \end{aligned}$$



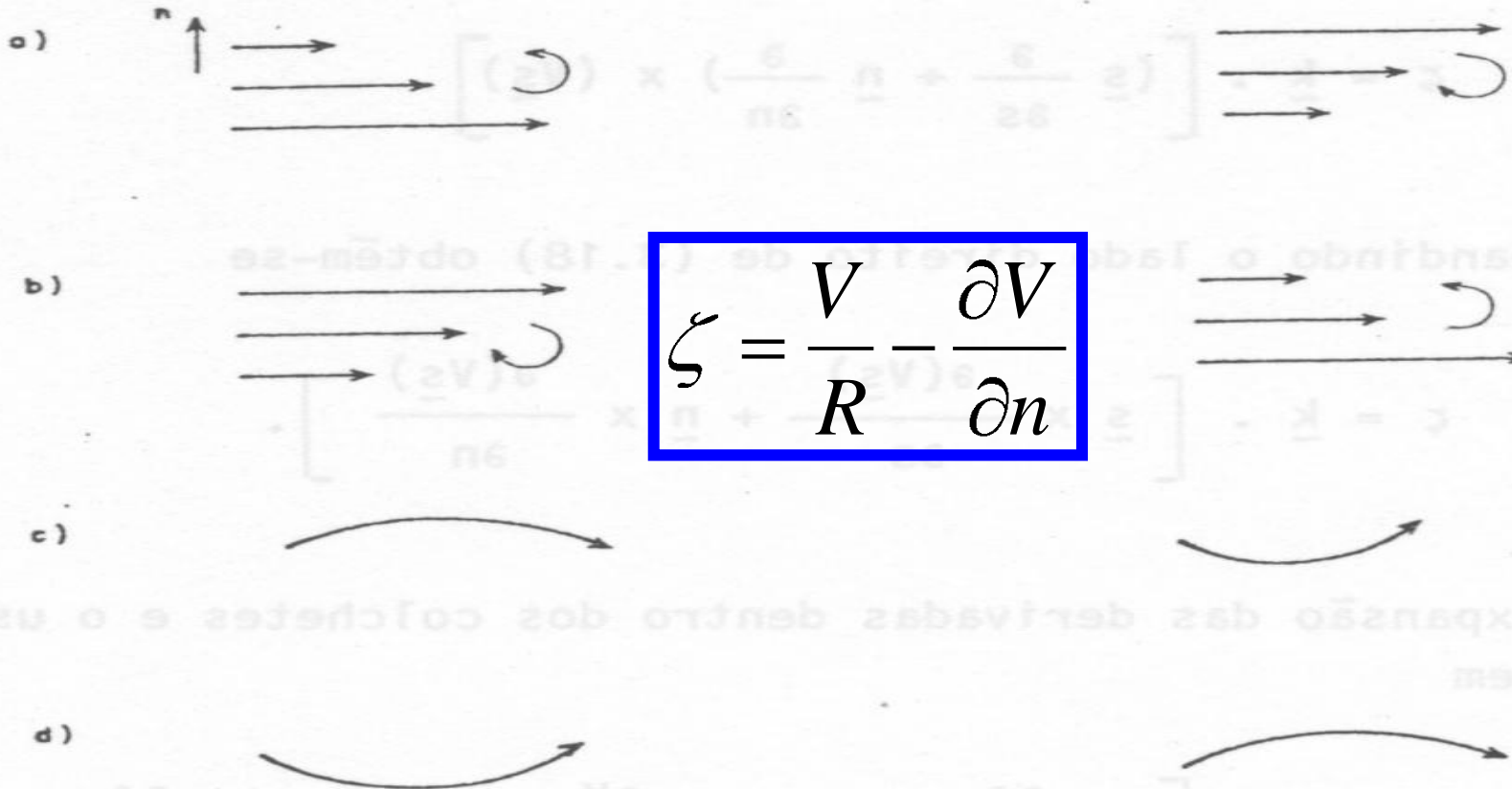
$$\zeta = \frac{V}{R} - \frac{\partial V}{\partial n}$$

Onde:

$$\frac{V}{R} = \textit{vorticidade devida a curvatura}$$

$$- \frac{\partial V}{\partial n} = \textit{vorticidade devida ao cisalhamento}$$

- A Fig
- ilustra as vorticidades devidas a curvatura e ao cisalhamento para os hemisférios N e S, numa carta de pressão constante,
 - regiões onde ocorrem vorticidades ciclónicas tanto por curvatura como por cisalhamento são regiões de máxima vorticidade ciclónica.
 - Por outro lado, região onde se verifica vorticidade anticiclónica tanto devido à curvatura como devido ao cisalhamento são regiões de máxima vorticidade anticiclónica



- Diagrama esquemático, para ambos hemisférios, de :
 - a) vorticidade ciclônica devida ao cisalhamento;
 - b) Vorticidade anticiclônica devido ao cisalhamento;
 - c) vorticidade anticiclônica devida a curvatura;
 - d) Vorticidade ciclônica devida á curvatura

$$\zeta = VK_s - \frac{\partial V}{\partial n}$$

Velocidade
do vento

n, s
Componente
s do sistema
de
coordenadas

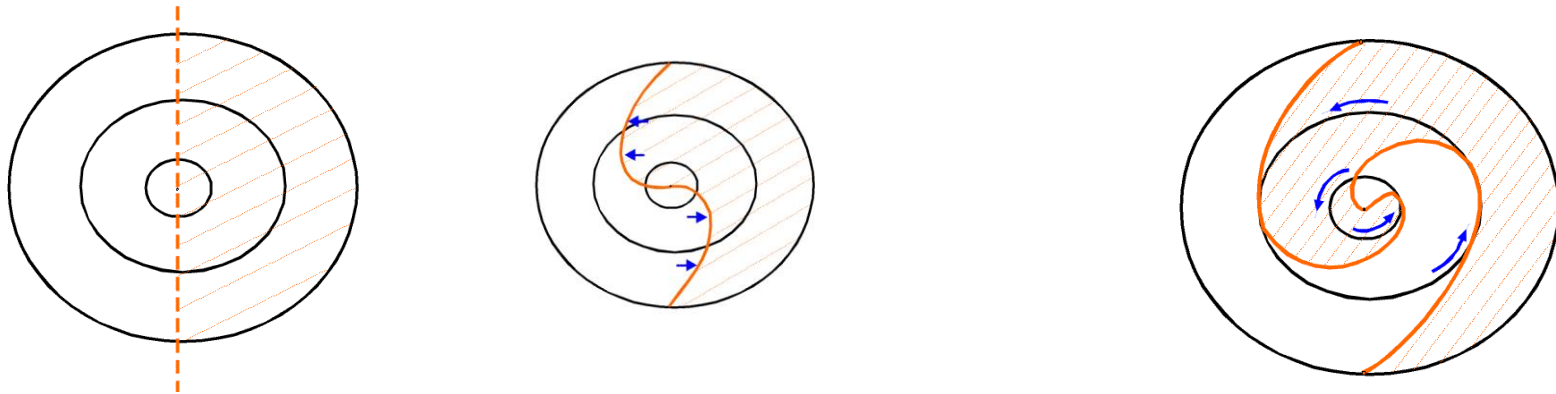
K_s Curvatura das
linhas de fluxo
(linhs de corrente)

Portanto, uma parte da vorticidade origina-se da curvatura e do outro a partir do corte do fluxo de ar.

Podemos ver facilmente a influência de vorticidade ciclónica num campo de nuvens que originalmente não apresentam forma

Componente zonal do vento u
Componente meridional do vento v

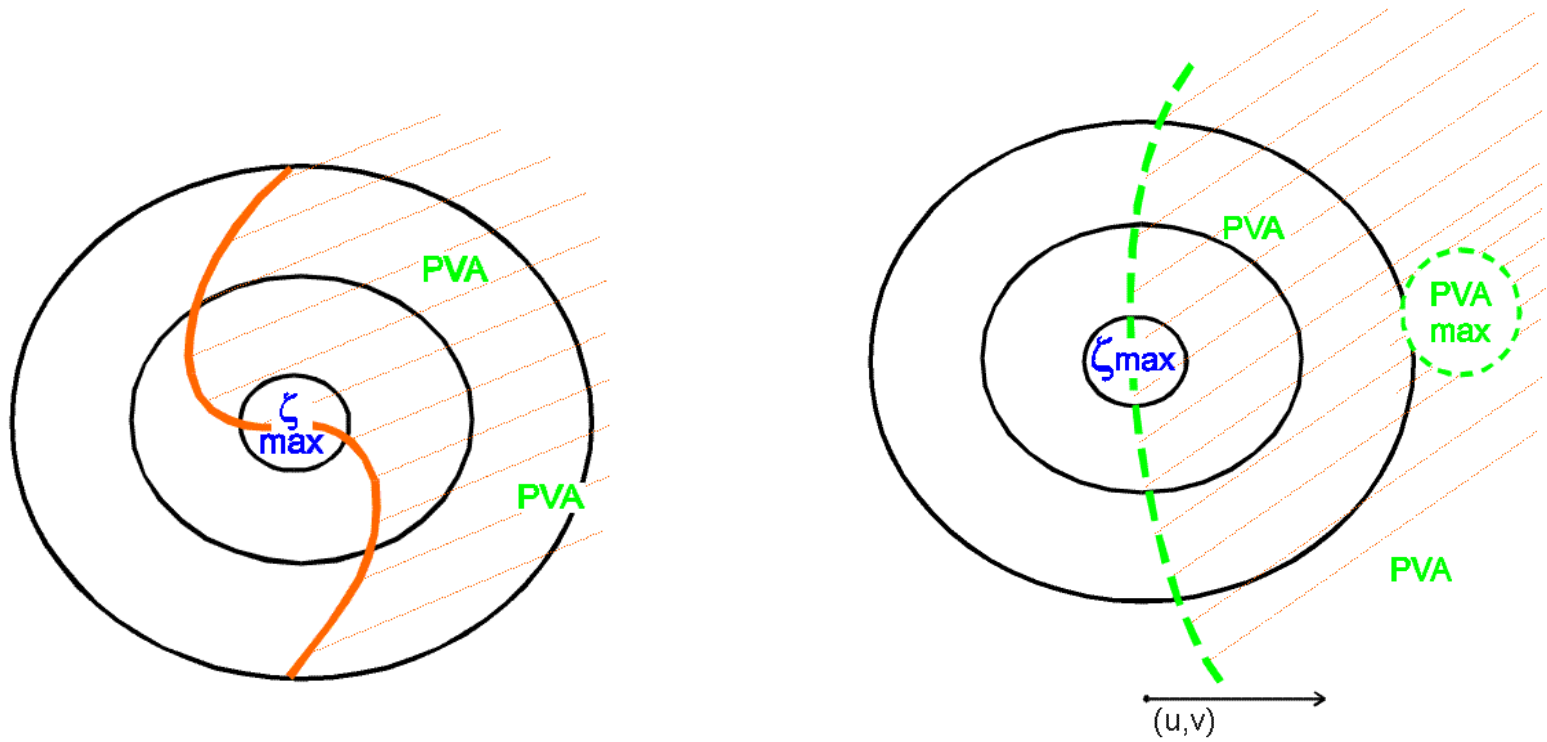
> 0 Rotação ciclónica
 < 0 Rotação anticiclónica



linhas sólidas magenta representam um máximo de circulação ciclónica, onde os valores são máximos no centro e desce para o limite mais externo. Embora no **centro e nas fronteiras sem rotação actua o campo da nuvem**, a rotação entre eles é tal que o campo de nuvens se desenvolve numa **estrutura espiral** distinta após um período de tempo. Consequentemente, pode ser observada uma interacção clara entre os parâmetros de formação de nuvem de vorticidade e de advecção

Advecção refere-se ao aquecimento da atmosfera pelo deslocamento lateral de massas de ar aquecido.)

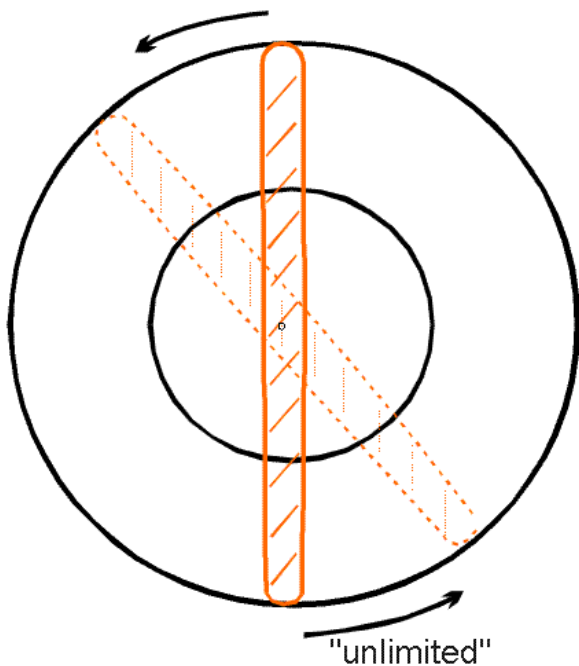
Consequentemente, pode ser observada uma interacção clara entre os parâmetros de formação de nuvem de vorticidade e de advecção de vorticidade (PVA):



Portanto, uma parte da vorticidade origina-se pela curvatura e do outro a partir pelo cisalhamento do fluxo de ar.

■ **Vorticidade pela curvatura -** $\zeta_c = VK_s$

Curvatura das linhas de correntes
Velocidade do vento
Curvatura da vorticidade



É bastante **óbvio** que **uma linha de nuvens** sob a **influência da curvatura** vai girar de acordo com a força de **vorticidade de curvatura**.

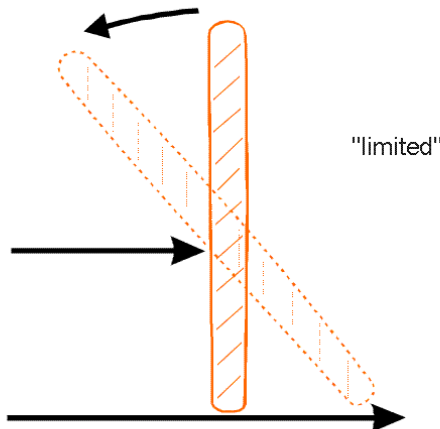
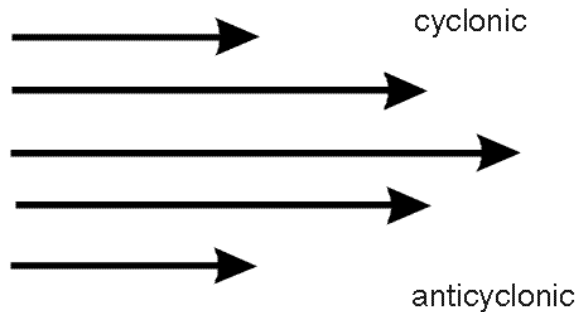
Teoricamente não há nenhum limite para essa rotação. **As características típicas** de nuvens resultantes são:

- * **Extra tropical centros de baixa**
- * **As vírgulas**
- * **Desenvolvimento de Ondas**

Vorticidade de cisalhamento

$$\zeta_{SH}$$

$$\zeta_{SH} = -\frac{\partial V}{\partial n}$$



Uma situação típica onde **cisalhamento significativo** aparece em situações de **fluxo de ar procedente de uma corrente de jacto**.

É óbvio que uma linha de nuvens que estará girando na parte ciclónica de cisalhamento, mas, ao contrário do efeito de curvatura a rotação de cisalhamento está limitada e não pode ser grande. Por conseguinte, a nuvem resultante características típicas são: **cúmulos reforçados (CE)**